MINISTERUL EDUCAȚIEI

Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
5 martie 2023
Barem de evaluare și de notare

VI

Subiectul I: ***Antrenament pe piste circulare*** **(10 puncte)**

<table>
<tr><th></th><th>Parțial</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td>a.</td><td></td><td>2 p</td></tr>
<tr><td>$t_1 = l_1/v_1$ $(0.75\ p)$, $t_1 = 50\ s\ (0.25\ p)$</td><td>1 p</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>$l_2 = v_2 t_2 = v_2 t_1$ $(0.75\ p)$, $l_2 = 300\ m$ $(0.25\ p)$</td><td>1 p</td></tr>
<tr><td>b.</td><td></td><td>2 p</td></tr>
<tr><td>Ștefan efectuează o tură în plus: $d_1 = d_2 + l_1$</td><td>1 p</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>$\Delta t = l_1/(v_1 - v_2)$ $(0.75\ p)$, $\Delta t = 200\ s\ (0.25\ p)$</td><td>1 p</td></tr>
<tr><td>c.</td><td></td><td>2 p</td></tr>
<tr><td>Mișcarea lui Ștefan pe cercul l_1 cu viteza v_1 este echivalentă ca durată cu mișcarea pe cercul l_2 cu viteza v_2. $(0.5\ p)$
Suma distanțelor de parcurs pe cercul l_2 este $l_2/2$ deoarece plecând din ordinea Ș-M-O ajung în timp minim coliniari in ordinea Ș-O-M sau invers. $(0.5\ p)$</td><td>1 p</td><td></td></tr>
<tr><td>$l_2/2 = d_2'' + d_3'' = \Delta t''(v_2 + v_3)$ $(0.75\ p)$ deci $\Delta t'' = 15\ s.$ $(0.25\ p)$</td><td>1 p</td><td></td></tr>
<tr><td>d.</td><td></td><td>3 p</td></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><th>Numărul măsurătorii</th><th>L
(cm)</th><th>$\overline{L}$
(cm)
$(0.5\ p)$</th><th>ΔL
(cm)
$(0.5\ p)$</th><th>$\Delta\overline{L}$
(cm)
$(0.5\ p)$</th></tr>
<tr><td>1</td><td>74,4</td><td rowspan="5">74,3</td><td>0,1</td><td rowspan="5">0,3</td></tr>
<tr><td>2</td><td>73,8</td><td>-0,5</td></tr>
<tr><td>3</td><td>74,2</td><td>-0,1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>~~54,5~~</td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td>74,8</td><td>0,5</td></tr>
</table>
</td><td>1.5 p</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>$L = \overline{L} \pm \Delta\overline{L} = 74{,}3 \pm 0{,}3\ cm$</td><td>0.75 p</td></tr>
<tr><td>Eroarea relativă $\epsilon = \frac{\Delta\overline{L}}{\overline{L}} \cdot 100\%$ $(0.5\ p)$, $\epsilon \cong 0.4\%$ $(0.25\ p)$
Observații
- Se acordă punctajul complet și dacă elevul, în coloana ΔL, trece valorile absolute ale lui ΔL.
- Rezolvarea subiectului 2.d) fără eliminarea erorii grosolane va fi punctată cu maxim 1.5 p din 3 p.</td><td>0.75 p</td></tr>
<tr><td>Oficiu</td><td></td><td>1 p</td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
5 martie 2023
Barem de evaluare și de notare

VI

Subiectul II: ***Debit volumic, debit masic*** **(10 puncte)**

	Parțial	Punctaj
a.		**1.5 p**
$V_{vas} = L \cdot l \cdot h$ (0.5 p) , $V_{vas} = 5184\ cm^3$ (0.25 p)	**0.75 p**	
$V_{vas} = 5.184\ litri$ (0.25 p) , $N_{sticle} = [V_{vas}/V_{sticla}] + 1 = 3$ (0.5 p)	**0.75 p**	
b.		**1.5 p**
$N_{bile} = \left[\frac{L}{D}\right] \cdot \left[\frac{l}{D}\right] = 4 \cdot 3 = 12$	**0,75 p**	
$M_{bilelor} = N_{bile} \cdot \rho_b \cdot V_s$ (0.5 p) , $M_{bilelor} = 2712\ g$ (0.25 p)	**0,75 p**	
c.		**2 p**
În intervalul t_1 apa ocupă volumul V_{1apa} dintre bile până la înălțimea $h_1 = D$	**0.5 p**	
$V_{1apa} = L \cdot l \cdot D - N_{bile} \cdot V_s$ (0.5 p), $V_{1apa} = 1236\ cm^3$ (0.25 p)	**0.75 p**	
Debitul volumic $Q_V = V_{1apa}/t_1$ (0.5 p), $Q_V = 6\ cm^3/s$ (0.25 p) Observație: se vor puncta și rezolvări echivalente cu unități de măsură utilizate complet și corect.	**0.75 p**	
d.		**2 p**
$V_{2apa} = Q_V \cdot t_2 = 6\ cm^3/s \cdot 216\ s = 1296\ cm^3$ (0.5 p) $V_{liber} = L \cdot l \cdot (h - D) = 2592\ cm^3$ (0.25 p) $V_{alcool} = V_{liber} - V_{2apa} = 1296\ cm^3$ (0.25 p)	**1 p**	
$m_{alcool} = \rho_{alcool} \cdot V_{alcool}$ (0.25 p) , $m_{alcool} = 1036{,}8 g$ (0.25 p) Debitul masic $Q_m = m_{alcool}/t_2 = 4{,}8\ g/s$ (0.5 p)	**1 p**	
e.		**2 p**
$\rho_{soluție} = (m_{apa} + m_{alcool})/(V_{apa} + V_{alcool})$	**0.5 p**	
$V_{apa} + V_{alcool} = V_{1apa} + V_{2apa} + V_{alcool}$ (0.25 p) $V_{apa} + V_{alcool} = 3828\ cm^3$ (0.25 p) (sau $V_{apa} + V_{alcool} = V_{vas} - V_{bile}$, sau $V_{apa} = Q_V \cdot (t_1 + t_2)$)	**0.5 p**	
$m_{apa} = \rho_{apa} \cdot V_{apa}$, $m_{alcool} = \rho_{alcool} \cdot V_{alcool}$ (0.5 p) $m_{apa} + m_{alcool} = 2532\ g + 1036{,}8\ g = 3568{,}8\ g$ (0.25 p)	**0.75 p**	
$\rho_{soluție} = 0{,}93 g/cm^3$	**0.25 p**	
Oficiu		**1 p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiectul III: ***Experiment în laboratorul de fizică*** **(10 puncte)**

	Parțial	Punctaj
a.		**4 p**
Completarea corectă a datelor in tabel Nr. det. | timp (s) | x (mm) 1 | 5.0 | 72 2 | 5.9 | 80 3 | 7.0 | 90 4 | 10.2 | 118 5 | 14.0 | 150 6 | 15.6 | 164	**6 x 0,25 p = 1,5 p**	
Reprezentarea corectă a graficului	**1,5 p**	
Identificarea tipului de mișcare – rectilinie uniformă	**0,5 p**	
Argumentarea faptului că mișcarea este rectilinie uniformă pentru că graficul este o dreaptă și deplasarea se face pe direcție verticală	**0,5 p**	
b.		**3 p**
$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	**1 p**	
Pentru fiecare valoare calculată corect se acorda 0,2 p ($v_1 = 8.8\,mm/s$, $v_2 = 9.0\,mm/s$, $v_3 = 8.7\,mm/s$, $v_4 = 8.4\,mm/s$, $v_5 = 8.7\,mm/s$).	**5 x 0,2 p = 1 p**	
$v_{medie} = (v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5)/5$	**0,5 p**	
$v_{medie} =$ 8,7 mm/s. Se consideră corectă orice valoare între 8,5 mm/s și 8,9 mm/s.	**0,5 p**	
c.		**2 p**
Scrierea $x = x_0 + v \cdot t$ sau $v = \frac{x-x_0}{t-t_0}$	**0,5 p**	
Determinarea lui x_0 cu valoare între 26 mm si 31 mm	**1 p**	
Indicarea metodei grafice prin care x_0 poate fi găsit prin prelungirea graficului și găsirea valorii la intersecția cu axa verticală	**0,5 p**	
Oficiu		**1 p**

Bareme propuse de
prof. Jean-Marius ROTARU, *Colegiul Național Iași*
prof. Aurelian PINTILEI, *Colegiul Național „Mihai Eminescu" Botoșani*
prof. Marian Viorel ANGHEL, *Liceul Teoretic „Petre Pandrea" Balș*
prof. Dorin Florin BUNĂU, *Colegiul Național „Gheorghe Lazăr" Sibiu*

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Olimpiada de Fizică

Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București

5 martie 2023

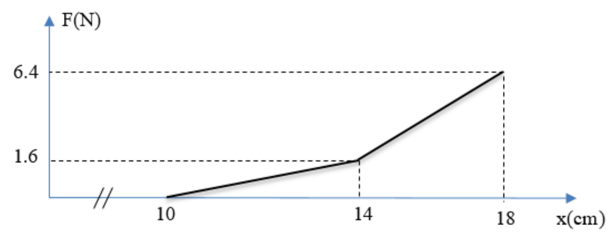
Barem de evaluare și de notare

Subiectul I

a)	**Parțial**	**Punctaj**
$v_1 \cdot \Delta t_1 = d + v_2 \cdot \Delta t_1$	0,5 p	**2,5 p**
$v_1 \cdot \Delta t_2 + v_2 \cdot \Delta t_2 = d$	0,5 p	
$v_1 = \dfrac{d(\Delta t_1 + \Delta t_2)}{2 \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta t_2}$	0,5 p	
$v_2 = \dfrac{d(\Delta t_1 - \Delta t_2)}{2 \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta t_2}$	0,5 p	
Rezultat final: $v_1 = 0{,}7\frac{m}{s}$, $v_2 = 0{,}3\frac{m}{s}$	0,5 p	
b)		**3 p**
$v_1' = v_1 - v_b$	0,5 p	
$v_2' = v_2 + v_b$	0,5 p	
$v_1' = \dfrac{d_1}{\Delta t_3} = \dfrac{(1-f) \cdot AB}{\Delta t_3}$	0,5 p	
$v_2' = \dfrac{d_2}{\Delta t_3} = \dfrac{f \cdot AB}{\Delta t_3}$	0,5 p	
$v_b = f \cdot v_1 - (1-f) \cdot v_2$	0,5 p	
Rezultat final: $v_b = 0{,}05\frac{m}{s}$	0,5 p	
c)		**3,5 p**
Pe porțiunile MN și PQ, viteza mașinuței amfibie față de mal este: $v_{m1} = \sqrt{v^2 - v_a^2}$	0,5 p	
Pe porțiunea $NP = x$, viteza mașinuței amfibie față de mal este: $v_{m2} = v + v_a$	0,5 p	
Durata mișcării mașinuței amfibie pe traseul MNPQ: $\Delta t = 2 \cdot \Delta t_{MN} + \Delta t_{NP} = 2 \cdot \dfrac{L}{\sqrt{v^2 - v_a^2}} + \dfrac{x}{v + v_a}$	1 p	
Pentru deplasarea mașinuței cu viteza v_1, pe distanța $MQ = x$, pe mal: $v_1 = \dfrac{MQ}{\Delta t} = \dfrac{x}{\Delta t}$	0,5 p	
$L = \dfrac{(v + v_a - v_1) \cdot \Delta t \cdot \sqrt{v^2 - v_a^2}}{2(v + v_a)}$	0,5 p	
Rezultat final: $L = 174m$	0,5 p	
Oficiu		**1 p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiectul II

A) a)	**Parțial**	**Punctaj**
Graficul își va schimba panta atunci când resortul începe să se alungească. Până în acel moment capătul benzii elastice s-a deplasat cu $\Delta l_1 = 2d$	1 p	**2 p**
$\Delta l_1 = v \cdot t_1$	0,5 p	
$d = 2\ cm$	0,5 p	
b)		**3 p**
$F_1 = k_1 \cdot \Delta l_1$	0,5 p	
$k_1 = 40\ {}^{N}/_{m}$	0,5 p	
Din momentul $t = 20s$, forța deformatoare trebuie să învingă forțele elastice ale benzii și resortului : $F_2 = F_{e1} + F_{e2}$	1p	
$F_{e1} = k_1 \cdot v \cdot t_2$ $F_{e2} = k_2 \cdot v \cdot (t_2 - t_1)$	0,5 p	
$k_2 = 80\ {}^{N}/_{m}$	0,5 p	
c)		**2 p**
	1 p	
Lucrul mecanic este aria cuprinsă între grafic și axa coordonatelor	0,5 p	
$L_1 = 32\ mJ,\ L_2 = 160\ mJ$ $L = L_1 + L_2 = 192\ mJ$	0,5 p	
B)		**2 p**
$\Delta l = \dfrac{F}{k}$	0,5 p	
n straturi ⟺ n fire legate în paralel, fiecare fir având constanta elastică de n ori mai mare decât banda inițială	0,5 p	
$k_n = k \cdot n^2$ (constanta elastică echivalentă a benzii formată din n straturi)	0,5 p	
$\Delta l_n = \dfrac{\Delta l}{n^2}$	0,5 p	
Oficiu		**1 p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

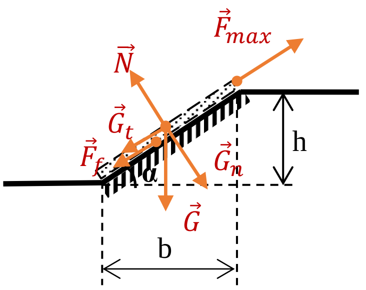
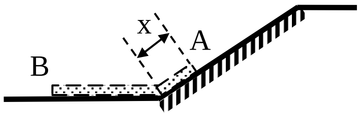
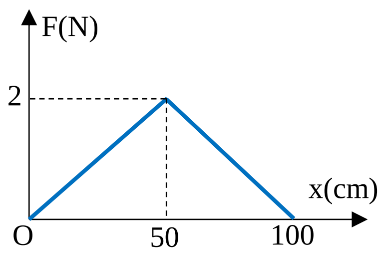
Olimpiada de Fizică

Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București

5 martie 2023

Barem de evaluare și de notare

Subiectul III

a)	**Parțial**	**Punctaj**
$L_G = -mgh$	1 p	**1,5 p**
$L_G = -0{,}6J$	0,5 p	
b)		**3 p**
Forța de tracțiune este maximă când întregul șnur este pe porțiunea înclinată.	0,5 p	
 $F_{max} = G_t + F_f$	0,5 p	
$N = G_n = mgcos\alpha$	0,5 p	
$b = \sqrt{\ell^2 - h^2} = 40cm;\ sin\alpha = \frac{h}{\ell} = \frac{3}{5}\ ,cos\alpha = \frac{b}{\ell} = \frac{4}{5}$	0,5 p	
$F_{max} = mg(sin\alpha + \mu cos\alpha)$	0,5 p	
$F_{max} = 2N$	0,5 p	
c)		**2,5 p**
 Pentru $0 < x \le \ell$: $m_x = \frac{x}{\ell}m$ $F = \frac{mg}{\ell}(sin\alpha + \mu cos\alpha)x$ Numeric, $F = 4 \cdot x$, reprezentarea grafică este o porțiune dreaptă.	0,25 p	
Similar, pentru $\ell < x \le 2\ell$: $m_{2\ell-x} = \frac{2\ell-x}{\ell}m$ $F = \frac{mg}{\ell}(sin\alpha + \mu cos\alpha)(2\ell - x)$ Numeric, $F = 4 \cdot (1 - x)$, reprezentarea grafică este o porțiune dreaptă.	0,25 p	
	0,75 p	
$L_c = L_F = Aria = 1J$	0,5 p	
$L_u = \lvert L_G \rvert = 0{,}6J$	0,25 p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$\eta = \frac{\lvert L_G \rvert}{L_F}$	0,25 p	
$\eta = 0{,}6$	0,25 p	
d)		**2 p**
$\Delta t = \frac{2\ell}{v}$	0,5 p	
$P = \frac{L_F}{\Delta t}$	0,5 p	
$P = 0{,}01W$	0,25 p	
$P_{max} = F_{max} v$	0,5 p	
$P_{max} = 0{,}02W$	0,25 p	
Oficiu		**1 p**

Barem propuse de

***Prof. dr. Ana-Cezarina MOROȘANU**, Colegiul Național „Petru Rareș”, Piatra-Neamț*

***Prof. Liliana JUMĂREA**, Colegiul Național „Nicolae Iorga”, Vălenii de Munte*

***Prof. Emil NECUȚĂ**, Colegiul Național „Alexandru Odobescu”, Pitești*

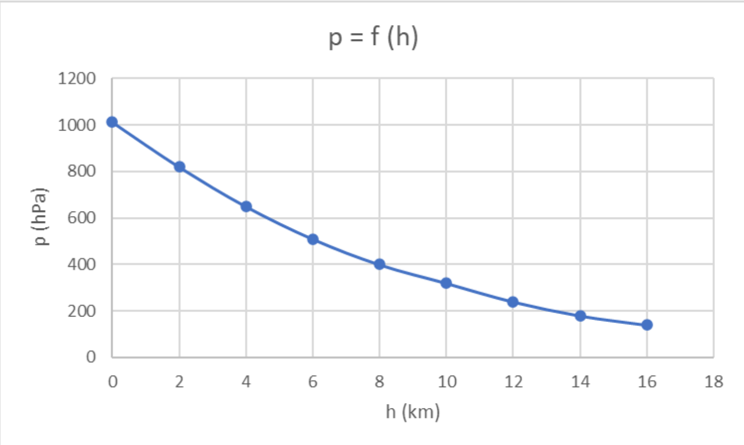
***Prof. Petrică PLITAN**, Colegiul Național „Gheorghe Șincai”, Baia Mare*

MINISTERUL EDUCAȚIEI

VIII

Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
5 martie 2023
Barem de evaluare și de notare

Subiectul 1 **(10 puncte)**

<table>
<tr><th></th><th>Parțial</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td>a)
- Greutatea, Forța Arhimedică, Forța de rezistență din partea aerului
- Graficul

</td><td>
1,5
1,5</td><td>3p</td></tr>
<tr><td>b)
Condiția de plutire este: $mg + \rho 2\pi^2 r^2 Rg = \rho_{aer} 2\pi^2 r^2 Rg$,
$m = 2\pi^2 r^2 R(\rho_{aer} - \rho)$, $R = \frac{m}{2\pi^2 r^2(\rho_{aer} - \rho)}$, $R \cong 5$ m</td><td>1
1</td><td>2p</td></tr>
<tr><td>c)
Presiunea pe baza superioară a corpului situată la adâncimea h_1 este:
$$p_1 = p_0 + \bar{\rho}_1 g h_1 = p_0 + \frac{(2\rho_0 + \beta h_1) g h_1}{2}$$
Presiunea pe baza inferioară a corpului situată la adâncimea h_2 este:
$p_2 = p_0 + \bar{\rho}_2 g h_2 = p_0 + \frac{(2\rho_0 + \beta h_2) g h_2}{2}$
$\Delta p = \frac{g(h_2 - h_1)}{2}[2\rho_0 + \beta(h_2 + h_1)]$, $\Delta p = 10{,}35$ kPa
Condiția de echilibru este: $G + T = F_A$, $T = F_A - G$,
$T = \Delta p \frac{V_C}{h_2 - h_1} - \rho_c V_C g = V_C \left(\frac{\Delta p}{h_2 - h_1} - \rho_C g\right)$,
$T = 1{,}62$N</td><td>0,75

0,75
0,5
0,25
0,50
0,25</td><td>3p</td></tr>
<tr><td>d)
La viteza limită: $F_A = G + F_r$; $\rho_{aer} V g = Mg + kv$
Se obține: $v = \frac{g(\rho_{aer} V - M)}{k}$; $v \cong 1 \frac{m}{s}$</td><td>0,5
0,5</td><td>1p</td></tr>
<tr><td>Oficiu</td><td></td><td>1p</td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

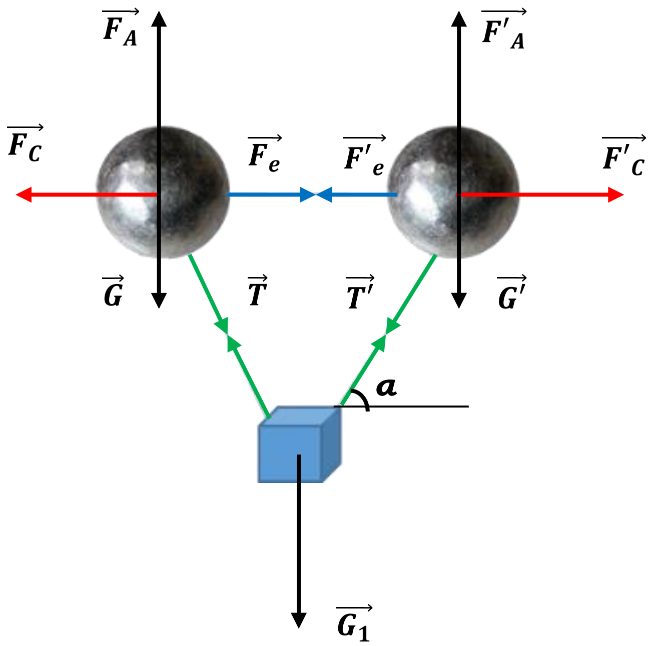
Subiectul 2 **(10 puncte)**

	Parţial	Punctaj
a) Energia acumulată de creuzet de la oglinda este: $W_{oglindă} = \eta E_0(\pi R^2 - S_u)\tau cos\alpha$ Expresia căldurii absorbite este: $Q_{absorbit} = m_s[c_s(t_t - t_0) + \lambda_s]$ Din egalarea lor rezultă: $\tau = \frac{m_s[c_s(t_t - t_0) + \lambda_s]}{\eta E_0(\pi R^2 - S_u)cos\alpha}$ Numeric: $\tau \cong 2$h	1 1 1 1	**4p**
b) Energia necesară încălzirii apei este: $\Delta W = m_a[c_g(0°\text{C} - t_0) + \lambda_g + c_a(t^* - 0°\text{C})]$ unde: $m_a = \rho_g \cdot V_{rec}$ numeric: $\Delta W \cong 12{,}46$MJ Energia pe care o poate ceda sarea topită pentru a se solidifica integral, dar să rămână la 800°C, este: $W_s = m_s\lambda_s = 104$MJ; se vede că este mai mare decât ΔW, ceea ce înseamnă că sarea topită nu se solidifică integral în procesul de aducere a apei la100°C	1 0,5 0,5 1	**3p**
c) Pentru a afla echivalența dintre scări, putem scrie că depind liniar una de cealaltă: $t°\text{C} = a \cdot \theta°\text{Tor} + b$. Punctele importante verifică această relație: $800 = a \cdot 100 + b$, respectiv $-50 = a \cdot 0 + b$. Rezultă: $a = 8{,}5\frac{°\text{C}}{°\text{Tor}}$ și $b = -50°\text{C}$. Corespondența: $t°\text{C} = 8{,}5\theta°\text{Tor} - 50$ respectiv :$\theta°Tor = \frac{1}{8{,}5}t°\text{C} + \frac{50}{8{,}5}$. Pentru intervalele: $\Delta t°C = 8{,}5\Delta\theta°\text{Tor}$; omul normal: $\theta = \frac{36{,}5+50}{8{,}5}°\text{Tor} \cong 10{,}2°\text{Tor}$.	0,5 0,5 0,5 0,5	**2p**
Oficiu		**1p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

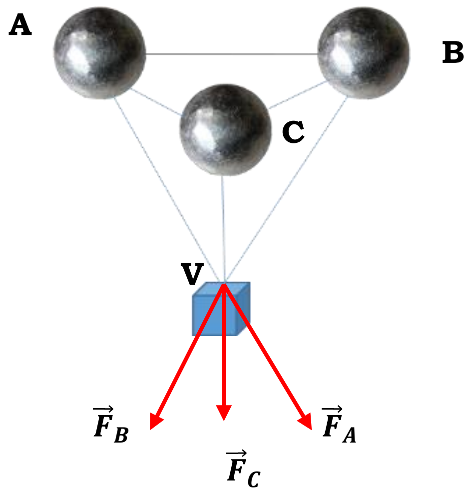
Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
5 martie 2023
Barem de evaluare și de notare

Subiectul 3 **(10 puncte)**

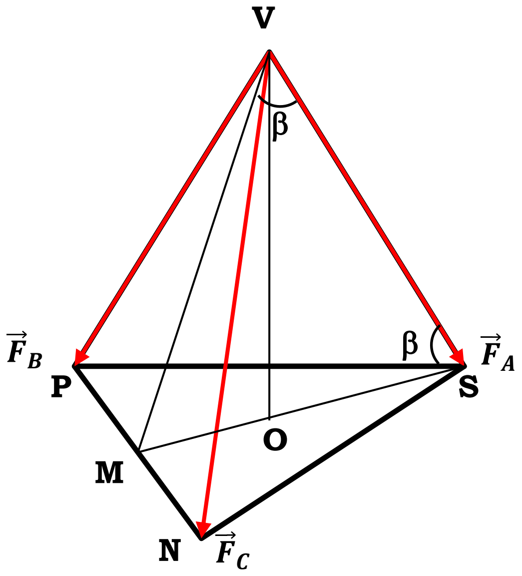
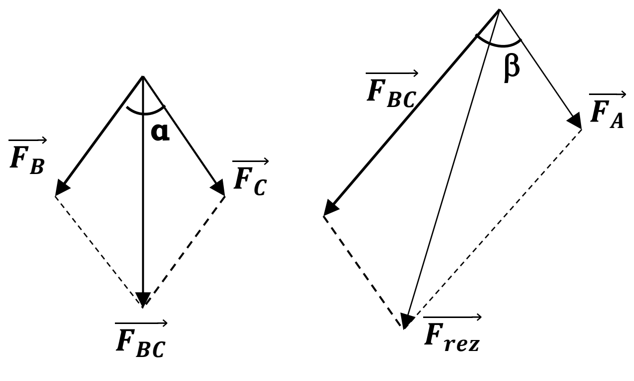
	Parţial	Punctaj
a)		
	0,5	**3p**
Condițiile de echilibru pentru balon: $Oy: F_A = T_y + G$	0,5	
Componentele forței de tensiune sunt: $T_x = T\cos\alpha$ și $T_y = T\sin\alpha$	0,5	
Condiția de echilibru pentru cutie: $Oy: G_1 = 2T_y$	0,25	
Forța lui Arhimede este: $F_A = \rho_{aer} \cdot V \cdot g$, unde volumul sferei are expresia: $V = \dfrac{4\pi R^3}{3}$	0,5	
Eliminând tensiunea între ecuațiile scrise pe axa Oy, se obține: $\rho_{aer} = \frac{3(2m+M)}{8\pi R^3}$;	0,5	
$\rho_{aer} \cong 0{,}4\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Analizând graficul se găsește $h = 10\text{km}$	0,25	
b) Forța lui Coulomb este: $F_C = \frac{k_e \cdot q^2}{d^2}$,	0,5	**2p**
unde $d = \sqrt{2}(R + l)$, $l' = d - 2R)$,	0,5	
Eliminând tensiunea între ecuația pe Ox pentru balon și ecuația pe Oy pentru cutie $Ox: F_e + T_x = F_C$	0,25	
se obține: $q = \sqrt{2}(R + l)\sqrt{\dfrac{1}{k_e} \cdot \left[k(d - 2R - l_0) + \dfrac{Mg}{2 \cdot tg\alpha}\right]}$	0,5	
$q \cong 6\text{ mC}$	0,25	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
5 martie 2023
Barem de evaluare și de notare

c) Viteza maximă este atinsă atunci când bilele ajung în poziția de echilibru. Rezultă că forța rezultantă este nulă: $F_C = F_e$; $\frac{k_e \cdot q^2}{(2a+2r)^2} = k \cdot \Delta l$ Deformarea resortului în poziția de echilibru: $\Delta l = b - a = a$ Energia sistemului bile-resort se conservă: $W_{inițială} = W_{finală}$ $W_{inițială} = \frac{k_e \cdot q^2}{(a+2r)}$ $W_{finală} = \frac{k_e \cdot q^2}{(2a+2r)} + \frac{k \cdot a^2}{2} + 2\frac{mv_{max}^2}{2}$ În urma calculelor se obține: $v_{max} = a\sqrt{\frac{k\cdot(3a+2r)}{2m(a+2r)}}$; $v_{max} = 20\frac{m}{s}$	0,5 0,25 0,5 0,5 0,5 0,25	**2,5p**
d) Forța cu care câmpul electric acționează în punctul V (vârful tetraedrului) este egală cu suma vectorială a forțelor electrice determinate de fiecare dintre cele trei baloane electrizate asupra cutiei. Fiecare forță electrică ce acționează în punctul V, asupra cutiei are expresia: $F = \frac{k_e \cdot q \cdot q_0}{d^2}$; unde d este latura tetraedrului: $d = l + 2R;\ d = 7m$  	0,25 0,25	**1,5p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

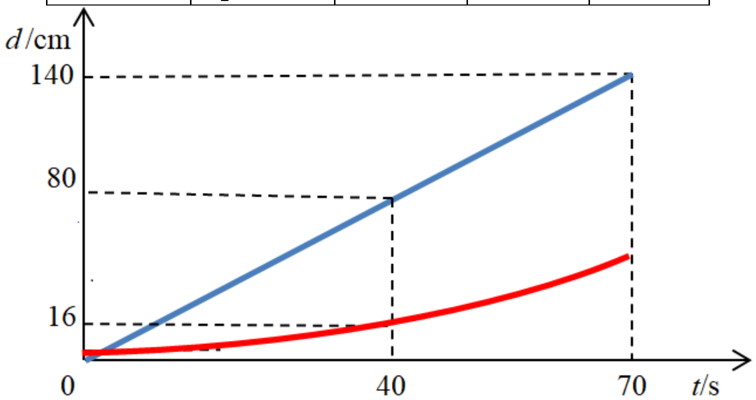
	0,25	
Suma vectorilor $\vec{F}_B$ și $\vec{F}_C$ are direcția înălțimii triunghiului echilateral VPN, VM și se calculează astfel: ${F_{BC}}^2 = F^2 + F^2 + 2 \cdot F \cdot F \cdot cos\alpha$; unde $\alpha = 60^\circ$ Se obține: $F_{BC} = F\sqrt{3}$	0,25	
Forța rezultantă determinată de câmpul electric $\vec{F}_{rez} = \vec{F}_{BC} + \vec{F}_A$ $${F_{rez}}^2 = {F_{BC}}^2 + {F_A}^2 + 2 \cdot F_{BC} \cdot F_A \cdot cos\beta$$ În triunghiul VOS, $cos\beta = \frac{OS}{VS}$, $OS = \frac{2h}{3}$, iar $VS = d$; $cos\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$	0,25	
Se obține: $F_{rez} = F\sqrt{6} = \frac{k_e \cdot q \cdot q_0 \sqrt{6}}{d^2}$; $F_{rez} = 9\text{kN}$	0,25	
		
Oficiu		**1p**

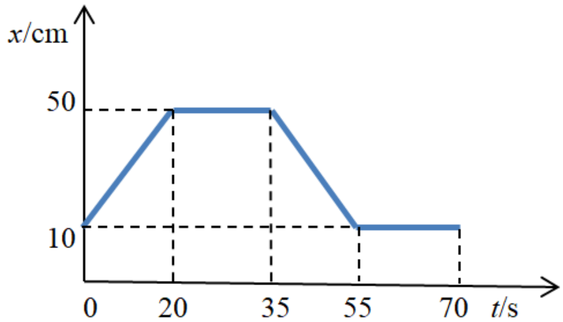
Barem propus de:
Prof. Corina Dobrescu, Colegiul Național de Informatică „Tudor Vianu” – București,
Prof. Ion Băraru, Colegiul Național „Mircea cel Bătrân” – Constanța,
Prof. Florin Măceșanu, Școala Gimnazială „Ștefan cel Mare” – Alexandria,
Prof. Victor Stoica, Inspectoratul Școlar al Municipiului București

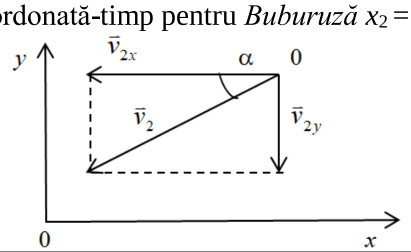
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
5 martie 2023
Barem de evaluare și de notare

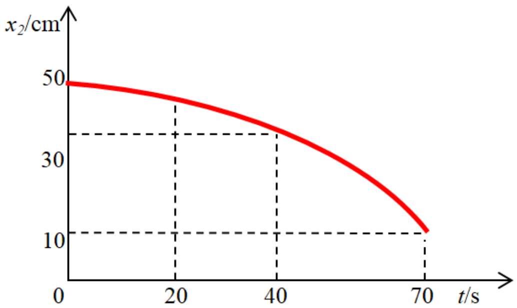
Subiectul I **(10 puncte)**

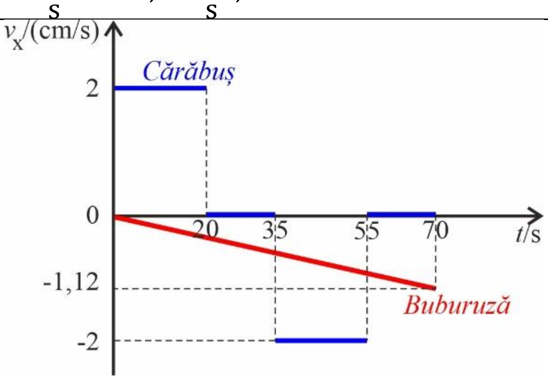
<table>
<tr><td></td><td></td><td>Parțial</td><td>Punctaj</td></tr>
<tr><td rowspan="3">a)</td><td>Calculul vitezei v_2 pentru buburuză:
$v_1 = \frac{AB + BC + CD + DA}{t}; t = \frac{140}{v_1} = 70\ \text{s};$
$v_2 = at; v_2 = \frac{2d}{t} = 1{,}4\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$</td><td>0,50</td><td rowspan="3">2</td></tr>
<tr><td>Reprezentarea grafică a distanțelor parcurse de roboței în funcție de timp:
$v_1 = 2\frac{\text{cm}}{\text{s}}; d_1 = v_1 t;$
$a = \frac{v_2}{t} = 0{,}02\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}; d_2 = \frac{at^2}{2}$</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>Tablou de variație distanță-timp Cărăbuș și Buburuză
<table><tr><td></td><td>t/s</td><td>0</td><td>40</td><td>70</td></tr><tr><td>Cărăbuș</td><td>d_1/cm</td><td>0</td><td>80</td><td>140</td></tr><tr><td>Buburuză</td><td>d_2/cm</td><td>0</td><td>16</td><td>50</td></tr></table>


Graficele trebuie trasate pe axe împreună cu datele obținute în urma prelucrării. Trecerea tabloului de variație al funcției în lucrare nu este obligatorie.</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td rowspan="2">b)</td><td>Reprezentări grafice coordonate-timp pentru Cărăbuș $x_1 = x_1(t)$:


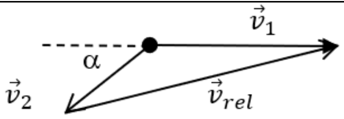
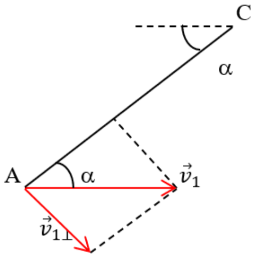
Graficul este punctat integral dacă sunt trecute pe axe și datele prelucrate.</td><td>1,00</td><td rowspan="2">2,5</td></tr>
<tr><td>Reprezentarea grafică coordonată-timp pentru Buburuză $x_2 = x_2(t)$.

</td><td></td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<table>
<tr><td></td><td>$a_x = -0{,}016\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$;
$x_0 = 50\ cm$;
$x_2 = x_0 + \frac{a_x t^2}{2}$</td><td>0,50</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td>Tablou de variație coordonate-timp pentru Buburuză $x_2 = x_2(t)$:
<table><tr><td>t/s</td><td>0</td><td>20</td><td>40</td><td>70</td></tr><tr><td>x_2/cm</td><td>50</td><td>46,8</td><td>37,2</td><td>10,8</td></tr></table>


Pentru a trasa graficul sunt necesare minim 3 determinări, deoarece reprezentarea spațiu-timp, este o funcție de gradul II. Datele prelucrate trebuie să se regăsească și în reprezentarea grafică. Tabloul de variație nu este obligatoriu.</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Reprezentările grafice viteză-timp, după axa Ox, pentru roboței.
Pentru Buburuză este necesară utilizarea proiecției vitezei $\vec{v}_2$ axa Ox și determinarea vitezei finale.
Viteza maximă corespunzătoare axei Ox de la momentul t = 70 s este:
$v_{2x} = a_x t$;
$v_{2x} = -0{,}016 \cdot 70\frac{\text{cm}}{\text{s}} = -1{,}12\frac{\text{cm}}{\text{s}}$;</td><td>0,50</td><td rowspan="2">1,5</td></tr>
<tr><td></td><td>

Pe axele de coordonate din grafic se trec și datele numerice rezultate în urma prelucrării.</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Pentru momentul precizat:
$t' = \frac{AB}{2v_1}; v_2 = at'$
$\Rightarrow v_2 \cong 0{,}2\frac{\text{cm}}{\text{s}}$</td><td>0,50</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td></td><td>Viteza relativă:
$\vec{v}_{rel} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$</td><td>0,25</td></tr>
</table>

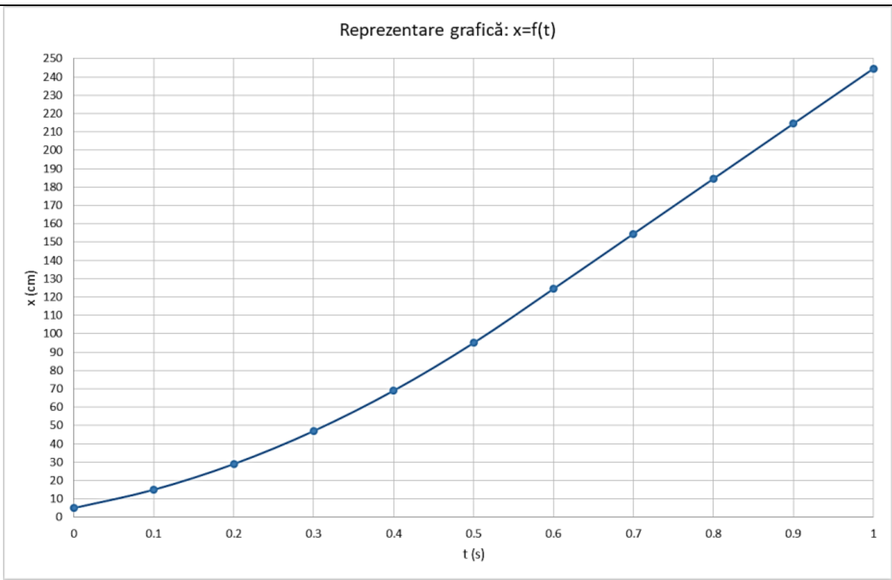
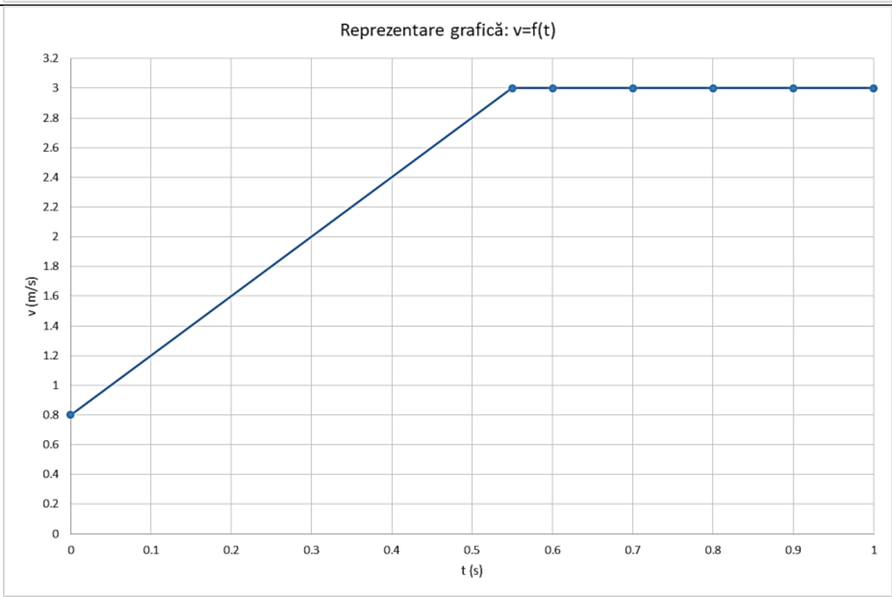
	 	0,25	
	$v_{rel}^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos(\pi - \alpha)$ în care $\cos(\pi - \alpha) = -0{,}8$	0,50	
	Rezultă: $v_{rel} = 2{,}16\dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$	0,50	
e)	În momentul inițial, viteza relativă coincide cu $\vec{v}_1$. Viteza unghiulară este datorată componentei $\vec{v}_{1\perp}$ care este perpendiculară pe segmentul AC.  	0,50	**1**
	Rezultă: $\omega = \dfrac{v_{1\perp}}{AC} = \dfrac{v_1 \sin\alpha}{AC}$	0,25	
	$\omega = \dfrac{2\frac{\text{cm}}{\text{s}}\cdot\frac{3}{5}}{50\text{cm}} = 0{,}024\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$	0,25	
Oficiu		1	**1**
Total			**10**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiectul II **(10 puncte)**

		Parțial	Punctaj
A.a)	$\Delta x_1 = 10\text{ cm};\ \Delta x_2 = 14\text{ cm};\ \Delta x_3 = 18\text{ cm};\ \Delta x_4 = 22\text{ cm};\ \Delta x_5 = 26\text{ cm};$ $\Delta x_6 = 29{,}5\text{ cm}$	0,50	**1,75**
	Distanțele parcurse sunt în progresie aritmetică cu rația $r = 4$ cm $\Rightarrow$ În $t \in [0; 0{,}5]$s, mișcarea mobilului este uniform accelerată	0,20	
	$\Delta x_1 = v_0 \cdot \Delta t_1 + \dfrac{a \cdot (\Delta t_1)^2}{2}$	0,10	
	$v_1 = v_0 + a \cdot \Delta t_1$	0,10	
	$\Delta x_2 = v_1 \cdot \Delta t_2 + \dfrac{a \cdot (\Delta t_2)^2}{2}$	0,10	
	$\Delta x_2 = (v_0 + a \cdot \Delta t_1) \cdot \Delta t_2 + \dfrac{a \cdot (\Delta t_2)^2}{2}$ $\Rightarrow a = 4\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$	0,25	
	$v_0 = 0{,}8\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ $x = x_0 + v_0 \cdot t + \dfrac{a \cdot t^2}{2}$ $x = 0{,}05 + 0{,}8 \cdot t + 2 \cdot t^2$ (S.I.)	0,25	
	$v = v_0 + a \cdot t$ $v = 0{,}8 + 4 \cdot t$ (S.I.)	0,25	
A.b)	$\Delta x_7 = 30\text{ cm}; \Delta x_8 = 30\text{ cm}; \Delta x_9 = 30\text{ cm}; \Delta x_{10} = 30\text{ cm};$ $\Delta x_6 - \Delta x_5 = 3{,}5\text{ cm}$ $\Delta x_7 = \Delta x_8 = \Delta x_9 = \Delta x_{10}$ $\Delta x \sim \Delta t$ $\Rightarrow$Spre sfârșitul mișcării, mișcarea devine uniformă: $\Delta x_7 = v' \cdot \Delta t;\ v' = 3\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$	0,50	**1,25**
	$v' = v_0 + a \cdot t';\ t' = \frac{v' - v_0}{a};\ t' = 0{,}55\text{ s}$ $\Rightarrow$ Intervalul de timp în care mișcarea este uniformă: $t \in [0{,}55; 1]$s	0,50	
	$x' = x_0 + v_0 \cdot t' + \dfrac{at'^2}{2};\ x' = 109{,}5\text{ cm}$ $x = 1{,}095 + 3(t - 0{,}55)$ (S.I.)	0,25	

Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
5 martie 2023
Barem de evaluare și de notare

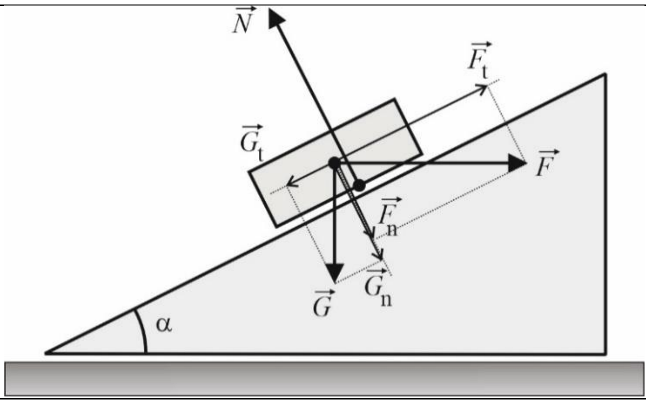
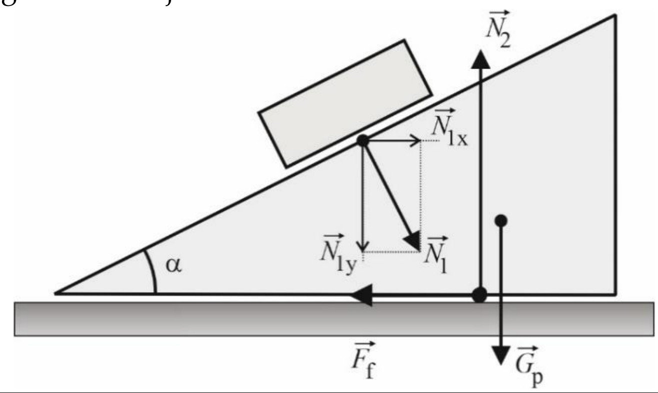
A.c)		1,00	**2**
		1,00	
B.d)	SRNI legat de vehicul. Asupra vehiculului acționează greutatea, forța normală de apăsare din partea drumului, forța de frecare laterală și forța centrifugă. Condiția de nealunecare laterală (nici spre exterior, nici spre interior) este: $\left\|F_{cf}\cos\alpha - G\sin\alpha\right\| = F_f$	0,50	**3**
	în care F_f este forța de frecare statică (nu se produce alunecare pe direcție laterală): $F_f \leq \mu N$	0,50	
	iar N se obține din: $N = G\cos\alpha + F_{cf}\sin\alpha$	0,50	
	Expresiile forțelor: $F_{cf} = \frac{mv^2}{R}$ și $G = mg$	0,50	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	Rezolvând sistemul se obține: $v \in \left[\sqrt{Rg\frac{\text{tg}\,\alpha-\mu}{1+\mu\,\text{tg}\,\alpha}};\ \sqrt{Rg\frac{\text{tg}\,\alpha+\mu}{1-\mu\,\text{tg}\,\alpha}}\right]$ sau $v \in \left[\sqrt{Rg\,\text{tg}\,(\alpha-\varphi)};\ \sqrt{Rg\,\text{tg}\,(\alpha+\varphi)}\right]$	0,50	
	deoarece: $\mu = \text{tg}\,\varphi$		
	În situația uzuală $\alpha < \varphi$ (adică $\text{tg}\,\alpha < \mu$), valoarea minimă este zero.	0,50	
B.e)	Cazul $\varphi_1 = 15°$, $\mu_1 \cong 0{,}27$ $v_{1min} = 15{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v_{1max} = 30\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,50	**1**
	Cazul $\varphi_2 = 45°$, $\mu_2 = 1$ $v_{2min} = 0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v_{2max} \cong 58\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,50	
Oficiu		1	**1**
Total			**10**

Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
5 martie 2023
Barem de evaluare și de notare

Subiectul III **(10 puncte)**

			Parțial	Punctaj
a)	La coborâre: $l = \frac{a_c t_c^2}{2}$	(1)	0,30	3
	$mg\sin\alpha = ma_c$	(2)	0,30	
	La urcare: $l = \frac{a_u t_u^2}{2}$	(3)	0,30	
	$t_u = t_c$	(4)	0,30	
	Rezultă: $a_c = a_u = g\sin\alpha$	(5)	0,30	
			0,50	
	Pe direcția pantei: $F\cos\alpha - mg\sin\alpha = ma_u$	(6)	0,50	
	(6)+(5) $\Longrightarrow$ $F\cos\alpha = 2mg\sin\alpha$ $F = 2mg\,\mathrm{tg}\,\alpha$	(7)	0,50	
b)	La fixarea penei prin frecare, forțele ce acționează asupra penei vor fi conform figurii de mai jos: 		0,50	3
	Echilibrul forțelor ce acționează pe direcția verticală: $N_2 = G_p + N_{1y}$ $N_2 = Mg + N_1\cos\alpha$	(8)	0,50	

MINISTERUL EDUCAȚIEI

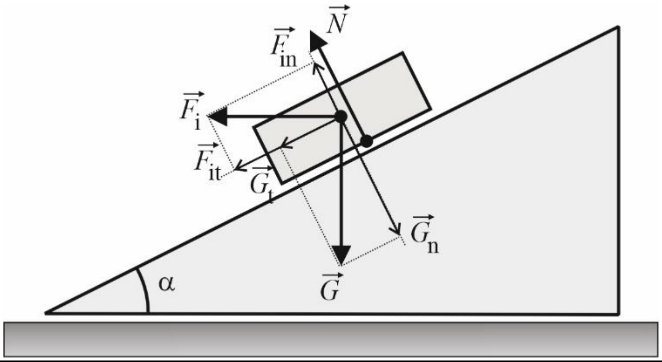
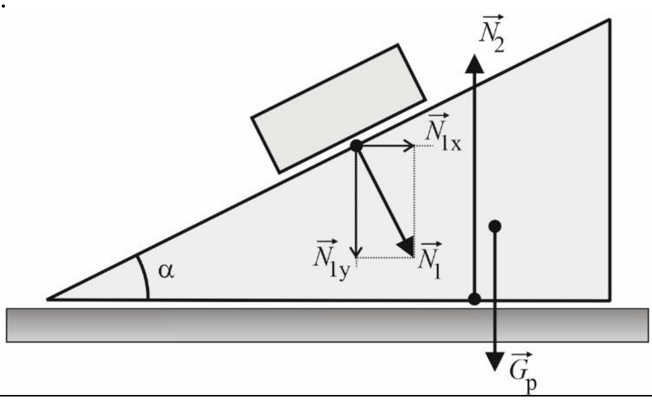
IX

Olimpiada de Fizică

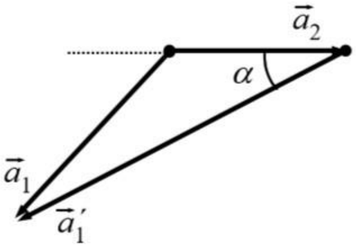
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București

5 martie 2023

Barem de evaluare și de notare

	Forța de frecare între pană și suportul orizontal: $F_f = N_{1x} = N_1 \sin\alpha$ (9)	0,50	
	Condiția pentru ca pana să rămână în repaus: $F_f \le \mu N_2$ (10)	0,30	
	$N_1 \sin\alpha \le \mu(Mg + N_1\cos\alpha)$ (11)	0,30	
	Pentru corpul care alunecă pe pană: $N_1 = mg\cos\alpha + F\sin\alpha$ (12)		
	(12)+(7) $\Longrightarrow$ $N_1 = mg\cos\alpha + 2mg\,\mathrm{tg}\,\alpha\sin\alpha$ $N_1 = \frac{mg}{\cos\alpha}(\cos^2\alpha + 2\sin^2\alpha)$ (13)	0,30	
	(11)+(13) $\Longrightarrow$ $(1+\sin^2\alpha)\,\mathrm{tg}\,\alpha \le \mu(4+\sin^2\alpha)$ $\mu \ge \frac{1+\sin^2\alpha}{4+\sin^2\alpha}\mathrm{tg}\,\alpha \Rightarrow \mu_{min} = \frac{1+\sin^2\alpha}{4+\sin^2\alpha}\mathrm{tg}\,\alpha$ (14)	0,60	
c)	SRNI legat de pană. Asupra corpului acționează $\vec{G}, \vec{N}$ și forța complementară (forța de inerție) $\vec{F}_i$:  	0,20	3
	Pentru corpul care alunecă pe pană: Pe direcția paralelă cu panta: $F_i\cos\alpha + G_1\sin\alpha = ma'_1$ (15)	0,40	
	Pe direcția perpendiculară pe pantă: $G_1\cos\alpha = N_1 + F_i\sin\alpha$ (16)	0,40	
	în care forța complementară este: $F_i = ma_2$ (17)	0,20	
	Pentru pană:  	0,20	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	Pe direcția orizontală: $N_1 \sin \propto = M a_2$ (18)	0,20	
	Rezolvând sistemul de ecuații (15)...(18) se obține: $\begin{cases} a'_1 = \dfrac{4\sin\alpha}{3+\sin^2\alpha} g \\ a_2 = \dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{3+\sin^2\alpha} g \end{cases}$	0,40	
	Având în vedere regula de compunere a mișcărilor/accelerațiilor $\vec{a}_1 = \vec{a}'_1 + \vec{a}_2$	0,40	
	și orientările acestora  	0,20	
	modulul accelerației față de suportul orizontal se obține din: $a_1^2 = a'^2_1 + a_2^2 - 2a'_1 a_2 \cos\alpha$	0,20	
	Rezultă că accelerația corpului față de suportul orizontal este: $a_1 = g\dfrac{\sqrt{16-7\cos^2\alpha}}{3+\sin^2\alpha}\sin\alpha$	0,20	
Oficiu		1	**1**
Total			**10**

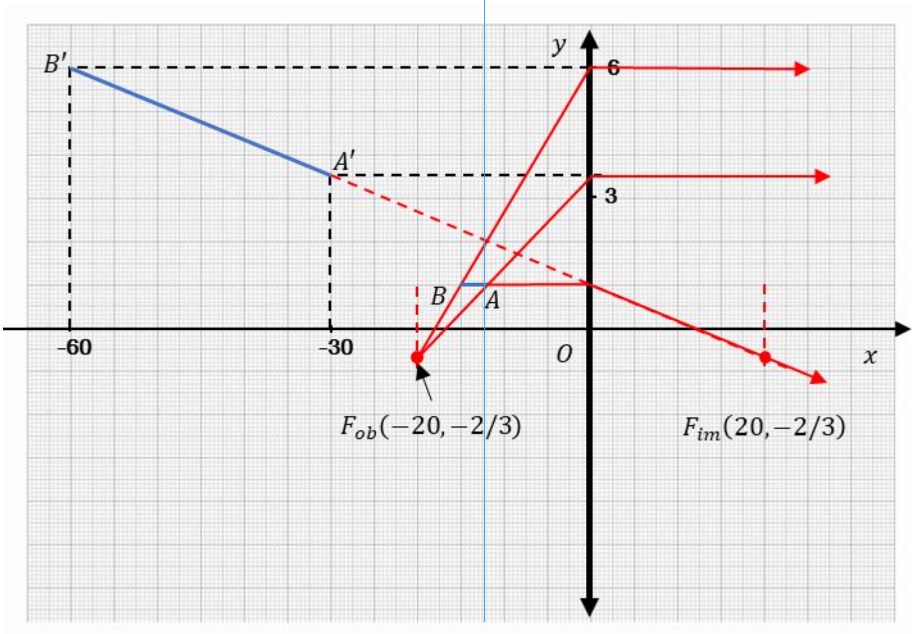
Baremele au fost propuse de

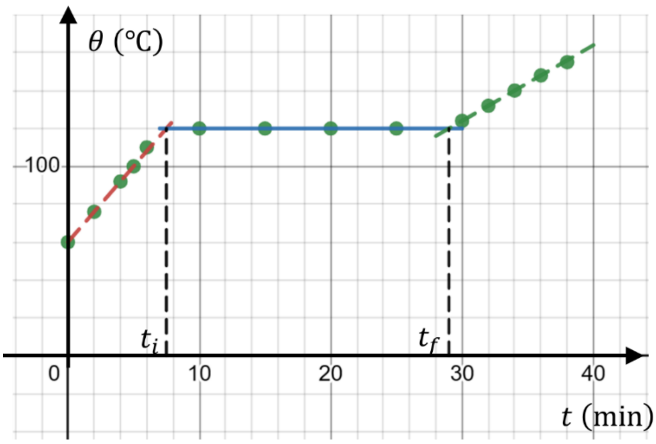
***Prof. Cezar GHERGU**, Colegiul Național „Neagoe Basarab", Oltenița*
***Prof. dr. Daniel LAZĂR**, Colegiul Național „Iancu de Hunedoara", Hunedoara*
***Prof. Alpár István Vita VÖRÖS**, Liceul Teoretic „Apáczai Csere János", Cluj-Napoca*
***Coordonator: prof. Dorel HARALAMB**, Colegiul Național „Petru Rareș", Piatra Neamț*

Problema 1 **(10 puncte)**

		Parțial	Punctaj
a)	$\frac{1}{f_1}=(n_1-1)\left(\frac{1}{R_{11}}-\frac{1}{R_{12}}\right)\Rightarrow f_1=\frac{R}{n_1-1}=60\text{ cm}$	0,4	**3p**
	$\frac{1}{f_2}=(n_2-1)\left(\frac{1}{R_{21}}-\frac{1}{R_{22}}\right)\Rightarrow f_2=\frac{R}{n_2-1}=30\text{ cm}$	0,4	
	$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f_1}$	0,4	
	$\frac{1}{x_2^*}-\frac{1}{x_1^*}=\frac{1}{f_2}$	0,4	
	$x_1^*=x_2-d$	0,4	
	$x_2^*=15$ cm imaginea se formează la 15 cm față de lentila L_2 în dreapta acesteia	0,5	
	$\beta_S=\beta_1\cdot\beta_2=\frac{x_2}{x_1}\cdot\frac{x_2^*}{x_1^*}=-\frac{1}{2}$	0,5	
b)	aplicăm formulele dioptrului sferic $\frac{n_1}{a}-\frac{1}{x_1}=\frac{n_1-1}{R}$	0,8	**3p**
	$\frac{n_2}{b}-\frac{n_1}{a-e_1}=0$	0,8	
	$\frac{1}{x_2}-\frac{n_2}{b-e_2}=\frac{1-n_2}{-R}$	0,8	
	$x_2=26{,}54$ cm față de lentila L_2 în dreapta acesteia	0,6	
	Obs: cerința se poate rezolva și prin aplicarea formulelor lentilelor și lamelor cu fețe plan paralele. $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f_1};\frac{1}{x_2^*}-\frac{1}{x_1^*}=\frac{1}{f_2};\ x_1^*=x_2+e_1(1-\frac{1}{n_1})+e_2(1-\frac{1}{n_2})-d$		
c)	Se aplică relațiile lentilelor pentru fiecare dintre capetele segmentului AB: $\frac{1}{c}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f_1}$	0,2	**3p**
	$\beta_1=\frac{c}{x_1}=\frac{h}{y_1}$	0,3	
	$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{c}=\frac{1}{f_2}$	0,2	
	$\beta_2=\frac{x_2}{c}=\frac{y_2+z}{h+z}$	0,3	
	Pentru punctul A se obține $x_{2A}=-30$ cm	0,3	
	$y_{2A}=3{,}5$ cm	0,3	
	Pentru punctul B se obține $x_{2B}=-60$ cm	0,3	
	$y_{2B}=6$ cm	0,3	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	y B′ 6 A′ 3 B A -60 -30 O x $F_{ob}(-20,-2/3)$ $F_{im}(20,-2/3)$	0,8	
Oficiu			**1p**

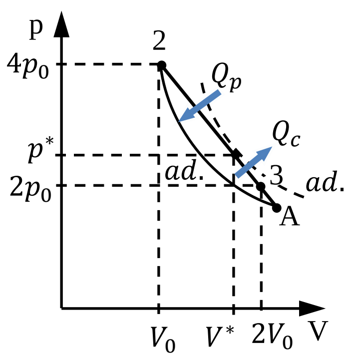
Problema 2		Parțial	Punctaj
a)	 Alegerea corectă a axelor **(0,2 p)**; lizibilitatea valorilor **(0,2p)**; trasarea curbelor de variație **(0,2p)**; dimensiunile graficului **(0,2p)**; observarea punctelor de intersecție **(0,2p)**	1,0p	3.0p
	Graficul cuprinde trei porțiuni **(0,2p)**: 1) încălzirea solidului **(0,1p)**; datele pot fi aranjate pe o dreaptă **(0,1p)** cu panta $a_s = 8\ \mathrm{grd/min}$ **(0,1p)**; 2) topirea substanței **(0,1p)**: datele pot fi așezate pe o dreaptă orizontală (palier) **(0,1p)**; 3) încălzirea lichidului **(0,1p)**- datele pot fi aranjate pe o dreaptă **(0,1p)** cu panta $a_l = 4\ \mathrm{grd/min}$ **(0,1p)**.	1,0p	
	Ecuațiile dreptelor pot fi estimate prin trasarea pe grafic a celei mai bune drepte, prin metoda celor mai mici pătrate .... Pentru prima porțiune se obține $\theta = 8{,}05t + 59{,}6$ Pe porțiunea a treia se obține $\theta = 4{,}01t + 3{,}83$ Ținând cont de numărul cifrelor semnificative se aleg $a_s = 8{,}0\ \mathrm{grd/min}$ și, respectiv, $a_l = 4{,}0\ \mathrm{grd/min}$	1,0p	
b)	Din grafic se determină momentele la care a început și s-a sfârșit topirea prin intersecția celor trei drepte.	0,5 p	**1,5p**
	Începerea topirii are loc la momentul $t_i = 7{,}5$ minute și durează până la momentul $t_f = 29$ minute.	0,5p	
	Durata topirii se obține din $\Delta T = t_2 - t_1 = 21{,}5$ minute	0,5p	
c)	Deoarece puterea încălzitorului $$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t}$$ este constantă **(0,2p)** și, în condițiile ideale presupuse în enunț, nu există pierderi **(0,2p)**, putem scrie $Q_{corp} = P \cdot \Delta t$ **(0,2p)**	0,6p	**2,0p**
	$Q_s = P \cdot \Delta t = m_s c_s \Delta\theta_s \Longrightarrow P = m_s c_s a_s$ $(\mathbf{0,2p})$și respectiv $P = m_l c_l a_l$**(0,2p)**	0,4p	
	Din care, deoarece putem considera că $m_s = m_l$, **(0,25p)** prin neglijarea prezenței vaporilor din incintă **(0,25p)** obținem	0.5p	
	$$c_l = c_s \frac{a_s}{a_l} = 2000 \frac{J}{kg \cdot K} (\mathbf{0,25p + 0,25p})$$	0,5p	

d)	Pentru determinarea căldurii latente specifice de topire vom putea scrie $Q = m_l\lambda$ Deoarece puterea încălzitorului este constantă $Q = P \cdot \Delta T$	0,25p	**1p**
	Dar $P = m_s c_s a_s$	0,25p	
	Astfel că $m_l\lambda = m_s c_s a_s \cdot \Delta T \Longrightarrow$	0,25p	
	$\lambda = c_s a_s \Delta T = 172\ \mathrm{kJ/kg}$	0,25p	
e)	**Deficiențe:** - Presupunerea că toată căldura este absorbită doar de ioanidă (nu există incintă ideală) **(0,25 p)**; - Neglijarea vaporilor substanței și a aerului din incintă **(0,25 p)**; - Măsurarea temperaturii din interiorul incintei; numărul de cifre semnificative **(0,25 p)**; - Neomogenitatea temperaturii probei încălzite **(0,25 p)**; - Neconsiderarea lucrului mecanic necesar ridicării pistonului **(0,25 p)**; - Numărul mic de determinări experimentale **(0,25 p).** - Pentru orice corp real, căldura specifică depinde de temperatură!	1,5p	**1.5p**
	Oficiu		**1,0p**
	Total		**10p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Problema 3		Parțial	Punctaj
a)	$\Delta U_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2)$	0,4p	**2p**
	În transformarea $3 \to 1$: $\frac{p_0}{V_0} = \frac{p_3}{2V_0} \Rightarrow p_3 = 2p_0$	0,4p	
	$T_2 = \frac{4p_0V_0}{\nu R}$	0,4p	
	$T_3 = \frac{2p_0 2V_0}{\nu R}$	0,4p	
	$\Delta U_{23} = 0$	0,4p	
b)	Căldura molară în transformarea $3 \to 1$: $C = \frac{Q_{31}}{\nu(T_1 - T_3)}$	0,3p	**1,5p**
	$Q_{31} = \Delta U_{31} + L_{31}$	0,3p	
	$\Delta U_{31} = \nu C_V \left(\frac{p_0V_0}{\nu R} - \frac{2p_0 2V_0}{\nu R}\right)$	0,3p	
	$L_{31} = -\frac{3p_0V_0}{2}$	0,3p	
	$C = C_V + \frac{R}{2} = 3R$	0,3p	
	O altă abordare: $\frac{p}{V} = constant \Leftrightarrow pV^{-1} = constant$ $C = C_V + \frac{R}{1-n} = 3R$		
c)	În transformarea $2 \to 3$ dependența presiunii de volum este descrisă de o funcție de gradul întâi: $p = aV + b$, cu constantele $a < 0$ și $b > 0$	0,2p	**1,5p**
	Stările 2 și 3 respectă aceeași ecuație: $\begin{cases} 4p_0 = aV_0 + b \\ 2p_0 = a2V_0 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{2p_0}{V_0} \\ b = 6p_0 \end{cases}$	0,4p	
	$\begin{cases} p = aV + b \\ pV = \nu RT \end{cases} \Rightarrow T = \frac{a}{\nu R}V^2 + \frac{b}{\nu R}V = AV^2 + B$	0,5p	
	$T_{max} = -\frac{\Delta}{4A}$	0,2p	
	$T_{max} = \frac{9}{2}\frac{p_0V_0}{\nu R} = 4{,}5T_1$	0,2p	
d)	*În transformarea* $2 \to 3$ *gazul mai întâi absoarbe căldură, apoi în a doua parte, spre finalul transformării, gazul cedează căldură.* Notăm cu A o stare oarecare pe transformarea $2 \to 3$, caracterizată de parametri p, V, T, situată în vecinătatea stării 2. Calculăm căldura în procesul $2 \to A$: $Q_{2A} = \Delta U_{2A} + L_{2A}$	0,4p	**2p**
	$\Delta U_{2A} = \nu C_V (T - T_2) = 2{,}5(pV - 4p_0V_0)$	0,4p	
	$L_{2A} = \frac{(p + 4p_0)(V - V_0)}{2}$	0,4p	
	Ținem cont că $p = -\frac{2p_0}{V_0}V + 6p_0$ și obținem:	0,4p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	$Q_{2A} = -6\frac{p_0}{V_0}V^2 + 21p_0V - 15p_0V_0 = f(V)$ (*) respectiv o parabolă care admite un maxim: $Q_{2A} = AV^2 + BV + C = f(V)$ Pentru $V = V_0$ starea A coincide cu starea 2, iar din relația (*) se obține $Q_{2A} = 0$. Pe măsură ce starea A se depărtează de starea 2, funcția $Q_{2A} > 0$ și începe să crească. În transformarea $2 \rightarrow 3$ gazul absoarbe căldură atât timp cât funcția $Q_{2A} = f(V)$ este crescătoare, respectiv până la atingerea vârfului parabolei.		
	Maximumul căldurii primite pe transformarea $2 \rightarrow 3$ este: $Q_{2Amax} = -\frac{\Delta}{4A} = \frac{27}{8}p_0V_0$ și se atinge la volumul $V^* = -\frac{B}{2A} = \frac{21}{12}V_0$. După depășirea acestei stări, vârful parabolei, căldura $Q_{2A} = f(V)$ rămâne pozitivă dar începe să scadă sub valoarea $\frac{27}{8}p_0V_0$, respectiv de aici încolo gazul începe să cedeze căldură.	0,4p	
	O altă abordare: *Gazul primește căldură până în starea de tangență a dreptei* $2 \rightarrow 3$ *cu adiabata.* Considerăm o adiabată care intersectează dreapta $2 \rightarrow 3$ în starea 2 și o stare oarecare A. Ia naștere o transformare ciclică (*de tip motor*) formată din adiabată și dreapta $2 \rightarrow A$, ciclu în care se produce lucru mecanic, $L = +aria\ ciclu$. În acord cu principiul al doilea al termodinamicii, gazul schimbă căldură cu două termostate și $L = Q_p - \lvert Q_c \rvert$.  Cum pe adiabată $Q = 0$, rezultă că în transformarea $2 \rightarrow A$ gazul mai întâi absoarbe căldură apoi, în a doua parte, gazul cedează căldură. Aceste fenomene se produc atât timp cât adiabata intersectează dreapta $2 \rightarrow A$ în două puncte. În punctul de tangență al adiabatei cu dreapta $2 \rightarrow 3 \rightarrow A$ încetează schimbul de căldură. Semnul căldurii schimbate de gaz cu exteriorul, respectiv al căldurii molare, se schimbă în punctul de tangență al adiabatei cu dreapta $2 \rightarrow 3 \rightarrow A$, respectiv: $\left(\frac{dp}{dV}\right)_{adiabată} = \left(\frac{dp}{dV}\right)_{dreaptă}$		

	$pV^{\gamma} = constant \Rightarrow dp \cdot V^{\gamma} + pV^{\gamma-1}dV = 0 \Rightarrow \frac{dp}{dV} = -\gamma\frac{p}{V}$ $p = aV + b \Rightarrow dp = adV \Rightarrow \frac{dp}{dV} = a$ Obținem $-\gamma\frac{p}{V} = a$, respectiv $a = -\gamma\frac{aV+b}{V} \Rightarrow V = -\frac{\gamma b}{a(\gamma+1)} = V^*$ Ținem cont că $\gamma = \frac{7}{5}$, $a = -\frac{2p_0}{V_0}$ și $b = 6p_0$, apoi obținem parametrii stării de tangență a adiabatei cu dreapta $2 \to 3 \to A$: $V^* = \frac{21}{12}V_0 < 2V_0$ $p^* = aV^* + b = 2{,}5p_0$ $T^* = \frac{p^*V^*}{\nu R} = \frac{35}{8}T_1$ $Q_p^* = \nu C_V(T^* - T_2) + \frac{(p^* + 4p_0)(V^* - V_0)}{2} = \frac{27}{8}p_0V_0 = Q_{2Amax}$		
e)	$\eta = \frac{L}{Q_p}$	0,4p	**2p**
	$Q_p = Q_{12} + Q_{2Amax}$	0,4p	
	$Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = 7{,}5p_0V_0$	0,4p	
	$L = \frac{(4p_0 - p_0)(2V_0 - V_0)}{2} = 1{,}5p_0V_0$	0,4p	
	$\eta = \frac{4}{29} \simeq 13{,}8\%$	0,4p	
Oficiu			**1p**

Baremele au fost propuse de
***Prof. Gabriela ALEXANDRU**, Colegiul Național "Grigore Moisil" București*
***Prof. Ion TOMA**, Colegiul Național "Mihai Viteazul" București*
***Prof. Florin BUTUȘINĂ**, Colegiul Național "Simion Bărnuțiu" Șimleu Silvaniei*

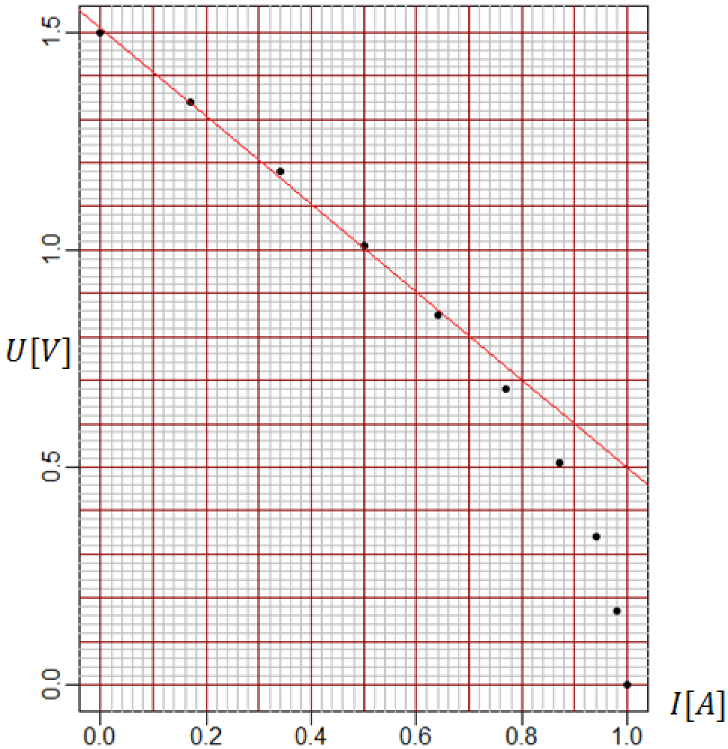
***Coordonator**: **dr. Constantin COREGA**, Cluj-Napoca*

Subiectul I: Electrocinetică	Punctaj
1 A. Modelarea unei baterii electrice uzate	**5 puncte**

a.

I/A	0,00	0,17	0,34	0,50	0,64
U/V	1,50	1,34	1,18	1,01	0,85
R/Ω	∞	7,88	3,47	2,02	1,33
I/A	0,77	0,87	0,94	0,98	1,00
U/V	0,68	0,51	0,34	0,17	0,00
R/Ω	0,88	0,59	0,36	0,17	0,00

0,50 p



0,50 p (grafic)

Parametrii estimați din grafic trebuie să fie in jurul acestor valori:
E=1,51V; r=1,01Ω și I_{sc}=1,49A cu o eroare maxim admisă de 10%.

0,20 p

b. Termenii $(\frac{a}{R^2} + b)$ trebuie să fie de dimensiune $1/V^2$.

Trebuie scrise răspunsurile: $\langle a\rangle = \frac{\Omega^2}{V^2} = A^{-2}$ și $\langle b\rangle = V^{-2}$

0,50 p

Deoarece $R = U/I$ putem scrie $U = \frac{1}{\sqrt{\frac{aI^2}{U^2}+b}}$; Ridicăm la pătrat expresia și o rezolvăm pentru U. Rezultă $U = \sqrt{\frac{1-aI^2}{b}}$. **0,50 p**

Deoarece atunci când $I = 0$, $U = E$ identificăm $E = \frac{1}{\sqrt{b}}$. Similar când $U = 0$, **0,20 p**

$I = I_{sc}$. Găsim $I_{sc} = \frac{1}{\sqrt{a}}$. Expresia $U(I)$ devine $U = E\sqrt{1-\frac{I^2}{I_{sc}^2}}$. **0,80 p**

c. Găsim imediat $f(x) = \sqrt{1-x^2}$.

Găsim expresia $p(x) = \sqrt{x^2(1-x^2)}$; dar functia $g(z) = z(1-z)$ este o parabolă care are maximul $1/4$ la $z_m = 1/2$. **0,50 p**

Prin urmare maximul lui $p(x)$ este $1/2$, care este atins atunci când $x = 1/\sqrt{2}$. Notăm coordonata x a maximului cu x_m. Adică $x_m = 1/\sqrt{2}$. **0,30 p**

Puterea este $P = UI = p(x)\cdot EI_{sc}$; Deci $P_{max} = EI_{sc}/2$ care este atins atunci când $I/I_{sc} = 1/\sqrt{2}$. Adică $I_m = I_{sc}/\sqrt{2}$. În acest punct $U(I_m) = \frac{E}{\sqrt{2}} = U_m$ iar $R_m = U_m/I_m = E/I_{sc}$. **0,50 p**

d. Considerăm o deviație mică în jurul punctului x_m, de forma $x = x_m + \varepsilon$, pe care o înlocuim în expresia $U = E\sqrt{1-x^2}$. știm că $x_m = \frac{1}{\sqrt{2}}$;

Obţinem consecutiv aproximaţiile:

$$U = E\sqrt{1-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\varepsilon\right)^2} = E\sqrt{1-\frac{1}{2}-\frac{2}{\sqrt{2}}\varepsilon-\varepsilon^2} \cong E\sqrt{\frac{1}{2}-\sqrt{2}\varepsilon}.$$ Adică

$$U = \frac{E}{\sqrt{2}}\left(1-2\sqrt{2}\varepsilon\right)^{\frac{1}{2}} \cong \frac{E}{\sqrt{2}}\left(1-\sqrt{2}\varepsilon\right) = \frac{E}{\sqrt{2}}\left[1-\sqrt{2}\left(\frac{I}{I_{sc}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right] = \frac{2E}{\sqrt{2}}-\frac{E}{I_{sc}}I$$ **0,20 p**

Am ajuns la penultima expresie folosind relația $\frac{I}{I_{sc}} = x = x_m + \varepsilon$ pe care am rezolvat-o pentru ε. Adică $\varepsilon = \frac{I}{Isc}-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Identificăm ultima expresie $U = \frac{2E}{\sqrt{2}}-\frac{E}{I_{sc}}I$ cu $U = E_m - r_m I$ și găsim:

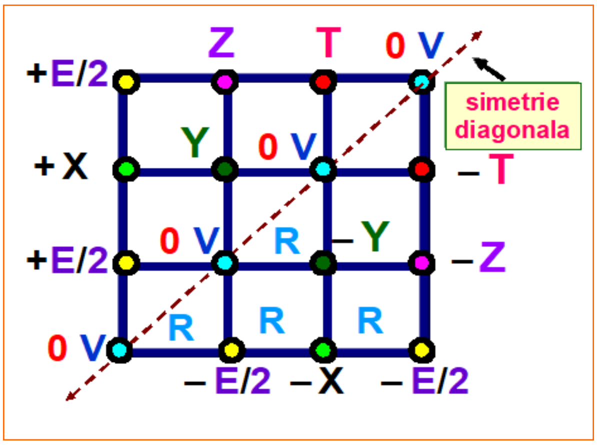
$E_m = \sqrt{2}E$ și $r_m = \frac{E}{I_{sc}}$. **0,30 p**

Interesant este că la transfer maxim de putere rămâne valabilă egalitatea $r_m = R_m$ și în cazul acestei dependențe neliniare $U(I)$.

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

1 B. Rețea simetrică de rezistori, ampermetre si voltmetre ideale	**4 puncte**

Există mai multe metode de rezolvare a acestei probleme, dar noi aici vom rezolva prin metoda simetriei rețelei respective de rezistori (și aparatelor de măsură), simetrie de-a lungul diagonalei desenate cu linie întreruptă în figura alăturată. Notăm cu (+E/2), potențialul electric al bornei pozitive a bateriei electrice și cu (–E/2), potențialul electric al bornei negative a bateriei. Atunci datorită simetriei, potențialul nodurilor de pe diagonală este nul (0 V). Conform metodei simetriei, potențialele nodurilor perpendiculare pe această diagonală cu potențial zero, de o parte și de alta a diagonalei, vor avea potențiale pozitive (+ E/2; Z ; T ; +X; Y ; + E/2, citite pe o orizontală, de sus în jos) și corespunzător/simetric de o cealaltă parte a diagonalei vor fi negative, adică opuse ca semn (– E/2; – X; – E/2; – Y ; – Z ; – T , citite pe o orizontală de jos în sus).



0,20 p

0,70 p (schema)

0,20 p

Aceasta deoarece tensiunea electrică la bornele unui ampermetru ideal este nulă: $U_A = I_A \cdot R_A = 0$, iar intensitatea curentului electric printr-un voltmetru ideal este nulă. Deci potențialele nodurilor unde este conectat un ampermetru perfect/ideal sunt egale, iar intensitatea curentului printr-un voltmetru ideal este nulă. Observăm că ampermetrul ideal A_3 are potențialele electrice la borne (+ T) și respectiv ($-T$). Dar tensiunea la borne fiind $U_3 = T-(-T) = 2T = 0$, ambele afirmații trebuind îndeplinite simultan $\Rightarrow T = 0$. Folosind prima lege a lui Kirchhoff ($\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$) scrisă pentru nodul electric cu potențial electric notat (+X), nodul cu potențial ($+Y$) și respectiv nodul cu potențial ($+Z$) obținem:

0,30 p

Pentru nodul de potențial (+X): $\dfrac{Y-X}{R} + \dfrac{E/2-X}{R} + \dfrac{E/2-X}{R} = 0$; **0,30 p**

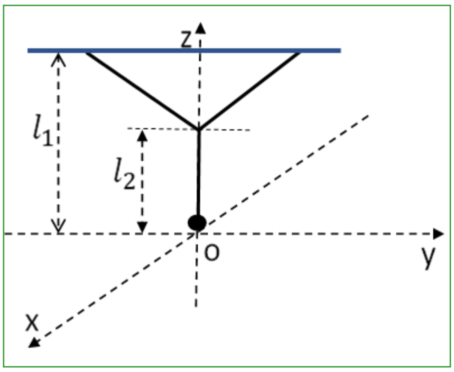
Pentru nodul de potențial ($+Y$): $\dfrac{X-Y}{R} + \dfrac{Z-Y}{R} + \dfrac{0-Y}{R} + \dfrac{0-Y}{R} = 0$; **0,30 p**

Pentru nodul de potențial ($+Z$): $\dfrac{E/2-Z}{R} + \dfrac{T-Z}{R} + \dfrac{Y-Z}{R} = 0$. **0,30 p**

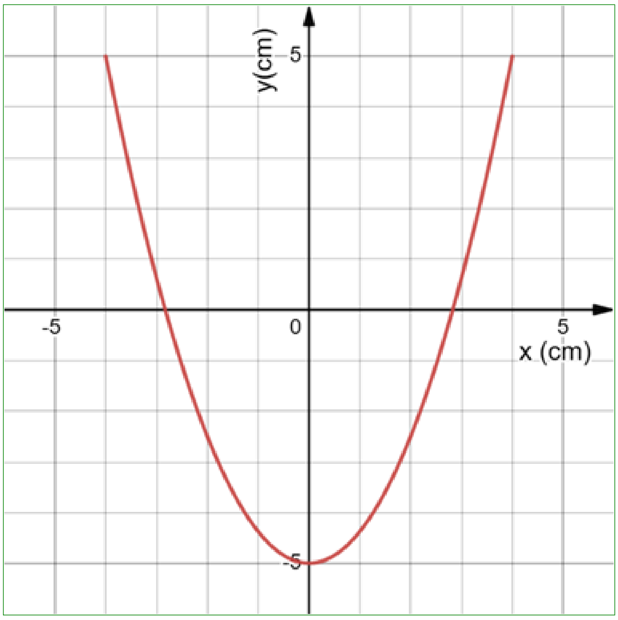
Deducem: $Y = 3\cdot X - E$; $4\cdot Y = X + Z$; $3\cdot Z = Y + E/2$; $T = 0$. Obținem valorile numerice ale potențialelor electrice: $X = \dfrac{23}{60}\cdot \mathrm{E}$; $Y = \dfrac{9}{60}\cdot \mathrm{E}$ $Z = \dfrac{13}{60}\cdot \mathrm{E}$; $T = 0\,\mathrm{V}$; **0,60 p**

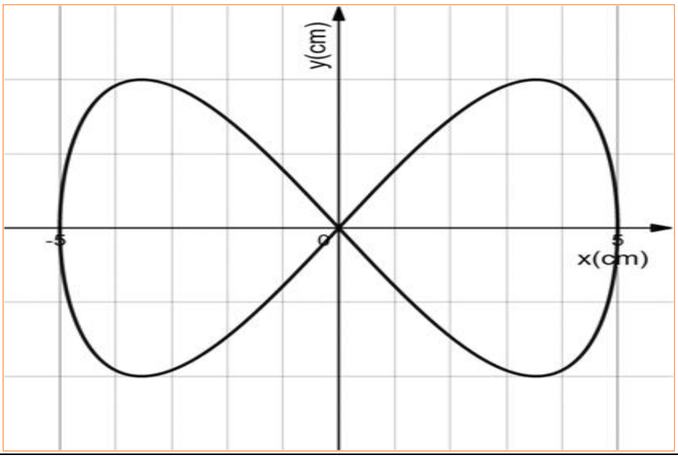
Indicațiile celor trei ampermetre sunt:

Intensitatea curentului electric prin ampermetrul A_1 este suma intensităților curenților electrici: $I_{A_1} = \frac{E/2-Z}{R} + \frac{E/2-X}{R} = \frac{2}{5}\cdot\frac{E}{R} = 0{,}24\ \text{A}$;	**0,30 p**
Intensitatea curentului electric prin ampermetrul A_2 datorită simetriei este identică cu cea a ampermetrului A_1: $I_{A_2} = I_{A_1} = \frac{2}{5}\cdot\frac{E}{R} == 0{,}24\ \text{A}$;	**0,20 p**
Intensitatea curentului electric prin ampermetrul A_3 este: $I_{A_3} = \frac{Z-T}{R} = \frac{Z}{R} = \frac{13}{60}\cdot\frac{E}{R} = 0{,}13\ \text{A}$.	**0,30 p**
Indicațiile celor două voltmetre sunt identice, egale cu: $U_{V_1} = U_{V_2} = E/2 - T = \text{E/2} = 30\ \text{V}$.	**0,30 p**
Oficiu: Subiectul 1 – (A +B)	**1 punct**

Subiectul II - Oscilații mecanice – Pendulul BLACKBURN	9 puncte
a.	
 $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$,	0,20 p
$\Rightarrow l_1 = \frac{T_1^2 \cdot g}{4\pi^2} \cong 4\,\text{m}$	0,20 p
$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$,	0,20 p
$\Rightarrow l_2 = \frac{T_2^2 \cdot g}{4\pi^2} \cong 1\,\text{m}$	0.20 p
b. $x(t) = A_x \cdot \sin(\omega_x \cdot t + \varphi_{0x})$.	0,20 p
La momentul $t = 0$ coordonata este $x(0) = 0$, deci $\varphi_{0x} = 0$.	0,20 p
Pulsația $\omega_x = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{\pi}{2}\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.	0,20 p
Ecuația vitezei este $v_x = \omega_x \cdot A_x \cdot \cos(\omega_x \cdot t + \varphi_{0x})$.	0,20 p
La momentul $t = 0$ viteza este $v_0 = \omega_x \cdot A_x$.	0,20 p
Rezultă că $A_x = \frac{v_0}{\omega_x} = \frac{2v_0}{\pi} \cong 4\,\text{cm}$	0,20 p
Legea de mișcare este: $x = 4 \cdot \sin\frac{\pi}{2}t\ \ (cm)$	0,50 p
c.	
Legea de mișcare are expresia $y(t) = A_y \cdot \sin(\omega_y \cdot t + \varphi_{0y})$.	0,20 p
$A_y = 5\,\text{cm}$	0,20 p
La $t = 0$ coordonata este $y = -A_y = -5\,cm$.	0,20 p
Rezultă că $\varphi_{0y} = -\frac{\pi}{2}$.	0,20 p
Pulsația este $\omega_y = \frac{2\pi}{T_2} = \pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.	0,20 p
Legea de mișcare este $y = 5 \cdot \sin(\pi \cdot t - \frac{\pi}{2})\ \ (\text{cm})$.	0,50 p

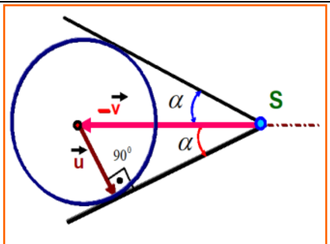
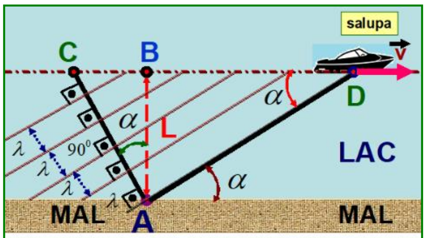
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultatul, prin metoda aleasă de elev.

d. **i.** În acest caz corpul va efectua o mișcare descrisă după axa Ox de ecuația : $x = 4 \cdot \sin\frac{\pi}{2}t \ \ (cm)$	**0,20 p**
și după axa Oy de ecuația: $y = 5\cdot\sin(\pi\cdot t - \frac{\pi}{2})\ \ (\text{cm})$	**0,20 p**
Legea de mișcare după axa Oy se poate scrie: $y = -5\cdot\left(1 - 2\cdot\sin^2\frac{\pi}{2}t\right)\ (cm) = -5 + \frac{10}{16}x^2$	**0,40 p**
ii. Am găsit anterior funcția: $y = -5 + \frac{10}{16}x^2$  Această funcție este de gradul al doilea, deci graficul va fi un arc de parabolă. La $x = 0$, $y = -5\ \text{cm}$ iar când $y = 5\ \text{cm}$, $x = \pm\ 4\ \text{cm}$.	**0,20 p** **0,20 p**
Graficul este parabola desenată alăturat pe care corpul o parcurge pornind din punctul de minim spre dreapta.	**1,00 p pentru grafic**
e. **i.** Procedând ca la punctele anterioare se găsesc ecuațiile de mișcare după axele Ox și Oy: $y = 2\cdot\sin(\pi\cdot t)\ \ (\text{cm})$	**0,30 p**
și $x = 5cos\frac{\pi}{2}t$ (cm)	**0,30 p**
Ecuația traiectoriei este: $y = \pm 4\cdot\frac{x}{5}\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}$	**0,40 p**

ii.  Pentru $x = 0$ se obține $y = 0$. Pentru $x = \pm 5$ cm se obține $y = 0$ Pentru $y = \pm 2$ cm se obține $x = \pm \frac{5}{\sqrt{2}}$ cm Graficul este reprezentat în figura alăturată.	**0,20 p** **0,20 p** **0,40 p** **1,00 p pentru (grafic)**
Oficiu:	**1 punct**

Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
5 martie 2023

Barem de evaluare și de notare

Subiectul III: Unde mecanice	**9 puncte**
3A. – Interferența undelor mecanice	**4,5 puncte**
Diferența de drum dintre undele sonore care se suprapun:	
$\delta = 2.\sqrt{\left({}^{L}/_{2}\right)^2 + d^2} + {}^{\lambda}/_{2} - L = \sqrt{L^2 + 4d^2} + {}^{\lambda}/_{2} - L.$	**0,80 p**
$\lambda = {}^{c}/_{f} = 1\ \mathrm{m}$	**0,20 p**
Condiția de maxim de interferență: $\delta = k\lambda;\ k = 1,2\ ...$	**0,50 p**
Rezultă: $L_k = \frac{4d^2 - \left(k - {}^{1}/_{2}\right)^2 . \lambda^2}{(2k-1)\lambda};\ k = 1,2\ ...$	**0,50 p**
$L_1 = 99,75\ \mathrm{m};\ L_2 = 32,58\ \mathrm{m};\ L_3 = 18,75\ \mathrm{m};\ L_4 = 12,54\ \mathrm{m}.$	**0,50 p**
Pentru un minim de interferență: $\delta = (k + {}^{1}/_{2})\lambda;\ k = 1,2...$	**0,50 p**
Obținem: $L'_k = \frac{4d^2 - k^2 . \lambda^2}{2k\lambda};\ k = 1,2...$	**0,50 p**
$L'_1 = 49,50\ \mathrm{m};\ L'_2 = 24\ \mathrm{m}; L'_3 = 15,17\ \mathrm{m};\ L'_4 = 10,50\ \mathrm{m}.$	**0,50 p**
Din condiția $L_k > 0$ găsim $2d > \left(k - {}^{1}/_{2}\right)\lambda$ de unde $k < {}^{2d}/_{\lambda} + {}^{1}/_{2} = 10,5.$	**0,20 p**
Așadar, numărul teoretic de poziții ale receptorului situate la distanță finită de sursă, corespunzătoare maximelor intensității sonore este $N_{max} = 10$.	**0,30 p**
3B. Unde mecanice: Valuri produse de o șalupă pe un lac, respectiv pe un râu	**4,5 puncte**
I. Pentru viteza valurilor, față de apă, putem scrie imediat relația $u = \lambda / T$. Fie $\vec{v}$ viteza șalupei față de maluri. În referențialul legat de șalupă apa lacului rămâne în urmă (are viteza $-\vec{v}$), iar valurile pornesc în toate direcțiile – distribuție izotropă, cu viteza $\vec{u}$ față de apă, din orice poziție prin care trece șalupa. Prima figură arată cum se formează așa-numitul ”con Mach ” (în cazul nostru, fenomenul având loc la suprafața apei, să-l numim ” triunghi Mach”) cu deschiderea 2α, unde $\alpha = \arcsin(u / \mathrm{v})$ (unghi Mach).  Figura 1	**0,70 p** **(inclusiv fig. 1)**
A doua figură ne arată unde se află șalupa (adică punctul D) în momentul când primul val a ajuns în A, precum și succesiunea următoarelor valuri (suprafețe de undă plane, deoarece înfășurătoarea tuturor undelor superficiale circulare este un plan, distanța dintre două suprafețe de undă vecine, care se propagă cu viteza u, fiind λ). Conform figurii putem scrie $L = BD \cdot tg\alpha = \mathrm{v} \cdot t \cdot tg\alpha = u \cdot t / \cos\alpha$ și  Figura 2	**0,50 p**
de aici $sin\alpha = \frac{u}{v}$. (Alternativ, în triunghiul ACD rezultă $cos\alpha = \frac{L}{u(t+\tau)}$, unde $\tau = \frac{CB}{v} = \frac{L \cdot tg\alpha}{v}$). Prin urmare: $v = \frac{u}{\sqrt{1 - \left(\frac{ut}{L}\right)^2}}$	**0,50 p**

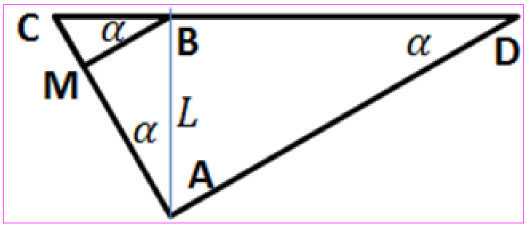
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Condiția necesară este ca $L > ut$.

În cele din urmă, ținând cont că $u = \lambda / T$, obținem $\mathrm{v} = \dfrac{\lambda}{T \cdot \sqrt{1 - \left(\dfrac{\lambda \cdot t}{L \cdot T}\right)^2}}$. **0,80 p**

<u>Altă metodă de rezolvare</u>: Facem figura alăturată.

Fie C punctul din care a plecat valul care a ajuns primul la mal în punctul A. În momentul când șalupa a ajuns în punctul B, frontul de unda inițiat în C a ajuns la segmentul MB. Dacă notăm cu u viteza undei și cu v viteza șalupei avem $\mathrm{CM = u \cdot t_0}$ și $\mathrm{CB = v \cdot t_0}$, unde $\mathrm{t_0}$ este timpul necesar frontului de undă să parcurgă distanța CM. În ΔBCM avem



$\frac{\mathrm{CM}}{\mathrm{CB}} = \frac{\mathrm{u \cdot t_0}}{\mathrm{v \cdot t_0}} = \sin \alpha$, unde am notat $\alpha = \widehat{\mathrm{CBM}}$. Atunci când frontul de undă a ajuns în A, șalupa se află în punctul D. Adică $\mathrm{BD = v \cdot t}$. În ΔABM dreptunghic, avem $\cos \alpha = \frac{\mathrm{u \cdot t}}{\mathrm{L}}$.

Prin urmare avem:

$\frac{\mathrm{u^2}}{\mathrm{v^2}} + \frac{\mathrm{u^2 t^2}}{\mathrm{L^2}} = 1$. Rezultă $\mathrm{v} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\mathrm{u^2}} - \frac{\mathrm{t^2}}{\mathrm{L^2}}}}$. Dar $\mathrm{u} = \frac{\lambda}{\mathrm{T}}$ ➔ $\mathrm{v} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mathrm{T^2}}{\lambda^2} - \frac{\mathrm{t^2}}{\mathrm{L^2}}}} = \frac{\lambda}{\sqrt{\mathrm{T^2} - \frac{\lambda^2 \mathrm{t^2}}{\mathrm{L^2}}}} = \frac{\lambda}{T \cdot \sqrt{1 - \frac{\lambda^2 \cdot \mathrm{t^2}}{\mathrm{L^2 \cdot T^2}}}}$.

2,50 p
(metoda)

II. Acum $L = BD \cdot tg\alpha = (\mathrm{v} + V) \cdot t \cdot tg\alpha$. Să corelăm mărimile λ și T (analiză de efect Doppler) raportându-ne la al treilea desen. **0,20 p**

Când ne-am afla pe malul unui lac, valul s-ar propaga de la **E** spre **A** cu viteza $u_1 = u / \sin \alpha$ iar distanța respectivă, adică $EA = \lambda / \sin \alpha$, ar fi parcursă în timpul T. Putem scrie $u_1 = u / \sin \alpha = \lambda / (T \cdot \sin \alpha)$. **......................** **0,50 p**

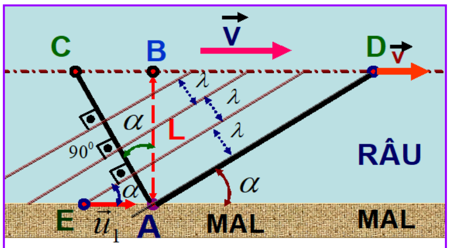


Figura 3

Când ne aflăm pe malul unui râu care curge cu viteza V, în același sens cu u_1, este adevărată relația $u / \sin \alpha + V = \lambda / (T \cdot \sin \alpha)$. De aici $u = \lambda / T - V \sin \alpha$, pe care o putem combina cu relația $u = \mathrm{v} \cdot \sin \alpha$, obținând egalitatea dublă $\mathrm{v} + V = L / (t \cdot tg\alpha) = \lambda / (T \cdot \sin \alpha)$. **..** **0,50 p**

Ea ne dă imediat $\cos \alpha = \lambda \cdot t / L \cdot T$, respectiv $\sin \alpha = \sqrt{1 - (\lambda \cdot t / L \cdot T)^2}$. Revenind în relația anterioară găsim viteza șalupei față de apă ca fiind $\mathrm{v} = \lambda \cdot [T^2 - (\lambda \cdot t / L)^2]^{-1/2} - V = \dfrac{\lambda}{T \cdot \sqrt{1 - \left(\dfrac{\lambda \cdot t}{L \cdot T}\right)^2}} - V$. **..** **0,80 p**

Precizăm că, deoarece $u < \mathrm{v}$, viteza V este inferioară valorii $\lambda \cdot [T^2 - (\lambda \cdot t / L)^2]^{-1/2}$ și asta înseamnă $\mathrm{v} > 0$.

2 p (metoda) (în total)

Altă metodă alternativă de rezolvare 2:

Fie C_0 poziția șalupei în momentul în care pornește primul val, care va ajunge la mal în punctul **A**. Dacă t_0 este durata propagării valului din momentul producerii până în momentul când atinge malul în **A**, avem (vezi *figura* 4): $C_0C = V\cdot t_0$; $C_0A = u\cdot t_0$; $C_0D = (\mathrm{v}+V)\cdot t_0$. **0,30 p**

Valurile ce ajung la țărm reprezintă o suprapunere a tuturor undelor sferice emise în timpul deplasării șalupei, cu observația că, pe măsură ce raza lor crește liniar în timp cu viteza $\vec{u}$, centrul lor se deplasează odată cu apa râului (cu viteza $\vec{V}$).

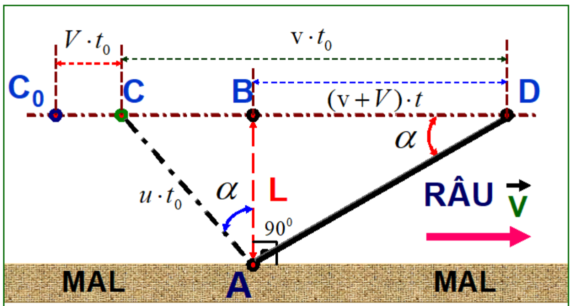


Figura 4

Prin urmare, unghiul α format de frontul undei AD cu direcția deplasării râului este:

$$\sin\alpha = \frac{AC}{CD} = \frac{u\cdot t_0}{\mathrm{v}\cdot t_0} = \frac{u}{\mathrm{v}} \qquad \textbf{(1)}$$ **0,20 p**

Pe de altă parte: $BD = (\mathrm{v}+V)\cdot t = L\cdot ctg\alpha$ **(2)** **0,20 p**

Referitor la distanța dintre două valuri consecutive care ajung la țărm în punctul **A** și egală cu λ, facem observația că, mișcarea valului cu viteza $\vec{u}$ față de apa se suprapune peste deplasarea apei râului cu viteza $\vec{V}$.

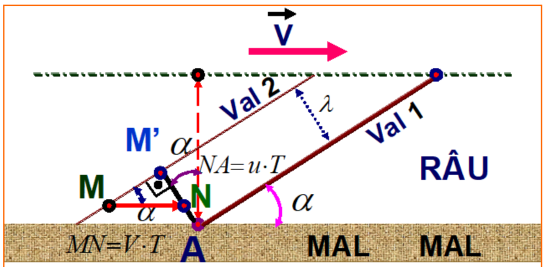


Figura 5

Prin urmare, la țărm, în punctul **A**, va ajunge după T secunde de la valul **1**, un punct **M** al valului **2** astfel încât (vezi *figura* 5):

$$\begin{cases} MN = V\cdot T \\ NA = u\cdot T \end{cases}$$ **0,20 p**

Rezultă $M'N = MN\cdot\sin\alpha$, adică $\lambda = AM' = (u + V\cdot\sin\alpha)\cdot T$. Obținem: **0,20 p**

$$\frac{\lambda}{T} = (u + V\cdot\sin\alpha) \qquad \textbf{(3)}$$ **0,30 p**

Din relațiile (1) și (3) rezultă: $\frac{\lambda}{T} = u\cdot(1+\frac{V}{\mathrm{v}}) \Rightarrow u = \frac{\lambda\cdot\mathrm{v}}{(\mathrm{v}+\mathrm{V})\cdot\mathrm{T}}$ **(4)** **0,30 p**

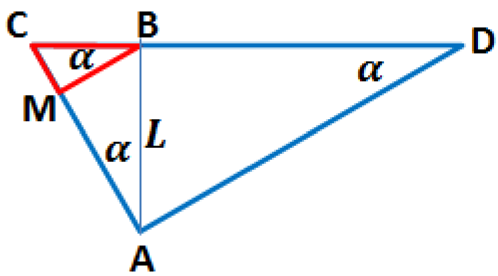
Din relațiile (1) și (2) rezultă: $u = \frac{\mathrm{v}}{\sqrt{1+\frac{(\mathrm{v}+\mathrm{V})^2\cdot t^2}{\mathrm{L}^2}}}$ **(5)** **0,30 p**

În final din relațiile (4) și (5), obținem: $v=\dfrac{\lambda}{T\cdot\sqrt{1-\left(\dfrac{\lambda\cdot t}{\mathrm{L}\cdot\mathrm{T}}\right)^2}}-V$.

2 p (metoda) (în total)

Altă metodă alternativă de rezolvare 3:

Atunci când șalupa a ajuns în punctul B frontul de undă al siajul ei atinge linia MB. Când frontul de undă a ajuns în A șalupa a ajuns în punctul D (vezi figura alăturată).



Observatie. Transformarile Galilei conservă lungimile şi unghiurile.

În ΔABM $MA=\boldsymbol{L}\cos\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{n\lambda}$ **0,20 p**

(distanţa MA măsurată în lungimi de undă produce numărul n care este acelaşi în orice sistem de referinţă inerţial). Frontul de undă parcurge distanţa MA în timpul t, adică $MA=ut$, unde u este viteza frontului măsurată în sistemul de referinţă în care punctul A stă pe loc. Prin definiţie avem. Rezultă $n=t/T$. Prin urmare: $\cos\boldsymbol{\alpha}=\dfrac{\boldsymbol{\lambda t}}{\boldsymbol{LT}}$ (1). **0,30 p** **0,30 p**

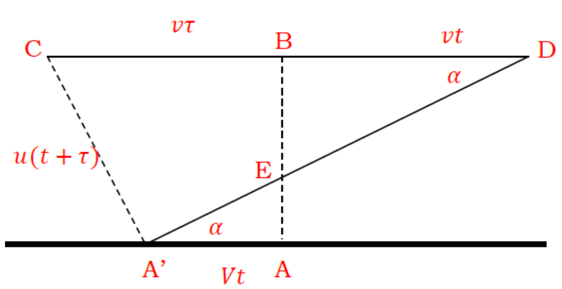
În ΔBDC avem $\sin\boldsymbol{\alpha}=\dfrac{u\tau}{(v+V)\tau}=\dfrac{u}{v+V}$ (2), unde am notat cu τ timpul necesar frontului de undă să parcurgă distanţa CA şi şalupei să parcurgă distanţa CD. Înmulţim ultimul raport din (2) cu T şi folosim $\lambda=uT$. Obţinem astfel $\sin\boldsymbol{\alpha}=\dfrac{\lambda}{(v+V)\tau}$ (3). **0,40 p**

Din relaţiile (3) şi (1) resultă succesiv $\boldsymbol{v}+\boldsymbol{V}=\dfrac{\lambda}{T\sin\alpha}=\dfrac{\lambda}{T\sqrt{1-\cos^2\alpha}}=\dfrac{\lambda}{T\sqrt{1-\left(\frac{\lambda t}{LT}\right)^2}}$. **0,80 p**

Răspunsul la această cerinţă este prin urmare: $\boldsymbol{v}=\dfrac{\lambda}{T\sqrt{1-\left(\frac{\lambda t}{LT}\right)^2}}-\boldsymbol{V}$.

Metodă alternativă de rezolvare 4

În SRI legat de apă: unda se propagă cu viteza u față de apă, șalupa se mișcă cu v față de apă. Tot față de apă malul se mişcă spre stânga cu V. După τ secunde de la producerea valului în C, șalupa este în B și după alte t secunde ajunge în D, iar valul și punctul A ajung în A’. Atunci:



2 p (metoda) (în total)

$$\begin{aligned} L=AE+EB&=Vt'\mathrm{tg}\alpha+vt'\mathrm{tg}\alpha\\ &=(V+v)t'\cdot\mathrm{tg}\alpha, \end{aligned}$$

adică,

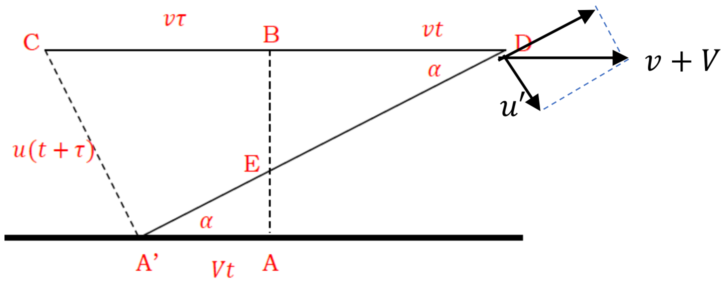
$$tg\alpha = \frac{L}{(V+v)t'}.$$

În SRI legat de mal: unghiul α rămâne același, iar viteza șalupei este $(v+V)$. Viteza de fază a undei este (vezi Fig.)

$$u' = (v+V)sin\alpha.$$

Din aceste ecuații rezultă:

$$cos\alpha = \frac{sin\alpha}{tg\alpha} = \frac{u't'}{L}.$$



Dar lungimea de undă λ este aceeași în ambele sisteme de referință, deci este un invariant; deasemenea lungimile și unghiurile au aceeași măsură în ambele SRI. Putem scrie deci relația: $\lambda = u \cdot T = u' \cdot T'$.

De aici rezultă: $$v+V = \frac{u'}{sin\alpha} = \frac{u'}{\sqrt{1-cos^2\alpha}} = \frac{u'}{\sqrt{1-\left(\frac{u't'}{L}\right)^2}} = \frac{\lambda}{T'\sqrt{1-\left(\frac{\lambda \cdot t'}{L \cdot T'}\right)^2}}.$$

Oficiu	**1 punct**

Barem propus de:

Lect. univ. dr. Cornel Mironel NICULAE, *Facultatea de Fizică, Universitatea București*
prof. Viorel SOLSCHI, *Colegiul Național ”Mihai Eminescu ” din Satu - Mare*
prof. Cristian MIU, *Inspectoratul Școlar Județean Olt*
prof. Dumitru ANTONIE, *Colegiul Tehnic nr.2 din Târgu – Jiu*

Subiectul I. *Efectul Compton ...*		Parțial	Punctaj
Barem subiectul I			**10**
	a.1. Masa relativistă a electronului este: $$m' = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$	0,20	
	Impulsul relativist al electronului este: $$p_e = m'v$$	0,10	
	Energia cinetică a electronului este: $$E_c = m'c^2 - mc^2$$	0,20	
	Deci: $$E_c = \sqrt{m^2c^4 + p_e^2c^2} - mc^2$$	0,20	
	Aplicăm legea de conservare a energiei: $$\varepsilon = \varepsilon' + E_c$$	0,20	
	Unde: $$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} \Leftrightarrow \varepsilon = pc$$ $$\varepsilon' = \frac{hc}{\lambda'} \Leftrightarrow \varepsilon' = p'c$$	0,20	
	Se ajunge la relația: $$pc + mc^2 = p'c + \sqrt{p_e^2c^2 + m^2c^4}$$	0,20	
a.	Aplicăm legea de conservare a impulsului: $$\vec{p} = \vec{p'} + \vec{p_e}$$	0,20	**3**
	Sau: $$p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp'\cos\theta$$	0,20	
	Efectuând calculele obținem: $$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{mc}(1-\cos\theta) \Leftrightarrow \frac{h}{p'} - \frac{h}{p} = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$$	0,20	
	Rezultă: $$\boxed{\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)}$$	0,10	
	Valoarea maximă a lungimii de undă a unui foton difuzat se determină din: $$\begin{cases} \frac{d\lambda'}{d\theta} = 0 \\ \frac{d^2\lambda'}{d\theta^2} < 0 \end{cases}$$	0,20	
	Obținem: $$\theta = 180°$$	0,10	
	Deci: $$\lambda'_{max} = \lambda + 2\frac{h}{mc}$$	0,10	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Rezultă:

$$\boxed{\lambda'_{max} = 18{,}95\ \text{pm} \cong 19{,}0\ \text{pm}}$$ 0,10

a.2. Conservarea impulsului pe componente: 0,20

$$p_e \cos\varphi = p - p'\cos\theta$$
$$p_e \sin\varphi = p'\sin\theta$$

Tangenta unghiului de împrăștiere pentru electron este: 0,10

$$\text{tg}\varphi = \frac{p_e\sin\varphi}{p_e\cos\varphi} \Leftrightarrow \text{tg}\varphi = \frac{\frac{h}{\lambda'}\sin\theta}{\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'}\cos\theta}$$

Rezultă: 0,10

$$\boxed{\varphi = \text{arctg}\left(\frac{\lambda}{\lambda + \frac{h}{mc}}\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}}\right)}$$

Numeric: 0,10

$$\boxed{\varphi = \text{arctg}\,3{,}185 \Leftrightarrow \varphi = 72{,}57° \cong 72{,}6°}$$

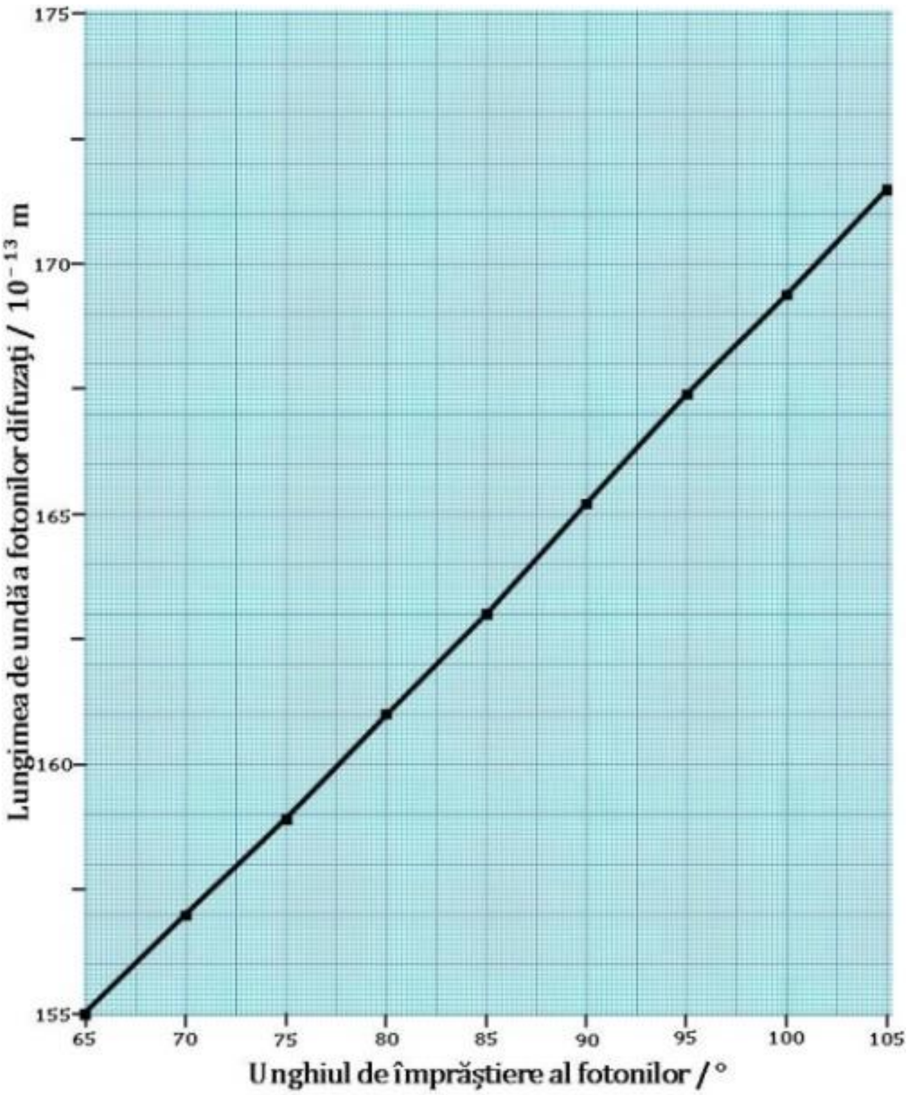
b. (3 puncte)

b.1. Tabelul I.1.R conține valorile corespunzătoare pentru lungimea de undă a fotonilor difuzați. 1,00

Tabelul I.1.R

θ/°	$\cos\theta$	λ'/ pm
65	0,42	15,50
70	0,34	15,70
75	0,26	15,89
80	0,17	16,11
85	0,09	16,30
90	0,00	16,52
95	-0,09	16,74
100	-0,17	16,93
105	-0,26	17,15

În Figura I.1.R. este reprezentată dependența lungimii de undă a fotonului difuzat în funcție de unghiul θ. 1,50

	 Figura I.1.R.		
	b.2. Variația relativă a frecvenței fotonului difuzat este: $$\frac{\Delta\nu}{\nu}=\frac{\nu'-\nu}{\nu}$$	0,10	
	Unde: $$\nu=\frac{c}{\lambda}$$ $$\nu'=\frac{c}{\lambda'}$$	0,10	
	Deci: $$\frac{\Delta\nu}{\nu}=\frac{\lambda-\lambda'}{\lambda'}\Leftrightarrow\frac{\Delta\nu}{\nu}=-\frac{\frac{h}{mc}(1-\cos\theta)}{\lambda+\frac{h}{mc}(1-\cos\theta)}$$	0,10	

	Dar: $$\theta = \beta - \varphi$$ $$\varphi = \frac{1}{3}\beta$$	0,10	
	Rezultă: $$\boxed{\frac{\Delta\nu}{\nu} = -7{,}92\%}$$	0,10	
c.	Legea de conservare a impulsului poate fi scrisă sub forma: $$p_e - p_f = p'_f + p'_e$$	0,25	3
	Din legea conservării energiei: $$\varepsilon_f + E_e = \varepsilon'_f + E'_e \Leftrightarrow p_f c + E_e = p'_f c + E'_e \Leftrightarrow p_f + \frac{E_e}{c} = p'_f + \frac{E'_e}{c}$$	0,25	
	Unde: $$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} \Leftrightarrow \varepsilon_f = p_f c$$ $$\varepsilon'_f = \frac{hc}{\lambda'} \Leftrightarrow \varepsilon'_f = p'_f c$$ $$E_e = \sqrt{m^2c^4 + p_e^2c^2} = c\sqrt{m^2c^2 + p_e^2}$$ $$E'_e = \sqrt{m^2c^4 + p_e'^2c^2} = c\sqrt{m^2c^4 + p_e'^2}$$	0,25	
	Din sistemul de ecuații: $$\begin{cases} p'_f + p_f = p_e - p'_e \\ p_f - p'_f = \dfrac{E'_e - E_e}{c} \end{cases}$$	0,25	
	Prin scăderea relațiilor, respectiv adunarea acestora, obținem sistemul: $$\begin{cases} \dfrac{E'_e}{c} + p'_e = \dfrac{E_e}{c} + p_e - 2p'_f \\ \dfrac{E'_e}{c} - p'_e = \dfrac{E_e}{c} - p_e + 2p_f \end{cases}$$	0,25	
	În urma înmulțirii relațiilor ajungem la egalitatea: $$\frac{E_e'^2}{c^2} - p_e'^2 = \frac{E_e^2}{c^2} - p_e^2 + 2p_f\left(\frac{E_e}{c} + p_e\right) - 2p'_f\left(\frac{E_e}{c} + 2p_f - p_e\right)$$	0,25	
	Dar: $$\frac{E_e'^2}{c^2} - p_e'^2 = m^2c^2$$ $$\frac{E_e^2}{c^2} - p_e^2 = m^2c^2$$	0,25	

	Impulsul fotonului împrăștiat este: $$p'_f = \frac{p_f\left(\frac{E_e}{c} + p_e\right)}{\frac{E_e}{c} - p_e + 2p_f}$$	0,25	
	Energia fotonului împrăștiat este: $$\varepsilon'_f = \frac{\varepsilon_f(E_e + p_e c)}{E_e - p_e c + 2\varepsilon_f}$$	0,25	
	Dar: $$p_e c = \sqrt{E_e^2 - m^2c^4} = E_e\sqrt{1 - \frac{m^2c^4}{E_e^2}} = E_e\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{mc^2}{E_e}\right)^2\right]$$	0,25	
	Rezultă: $$\boxed{\varepsilon'_f = \frac{\varepsilon_f\left(2E_e - \frac{1}{2}\frac{m^2c^4}{E_e}\right)}{\frac{1}{2}\frac{m^2c^4}{E_e} + 2\varepsilon_f}}$$	0,25	
	Numeric: $$\boxed{\varepsilon'_f = 20{,}0\ \text{GeV}}$$	0,25	
Oficiu			**1**

Subiectul II. *Unde sonore ...*		Parțial	Punctaj
Barem subiectul II			**10**
a.	Unda incidentă este caracterizată de ecuația: $u_1(D,t) = A\ \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{D}{\lambda}\right)$	0,20	3
	Prin reflexia pe ecran unda reflectată pierde o semiundă. Ecuația undei reflectate este: $u_2(D,t) = A\ \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\sqrt{4d^2 + D^2} + \frac{\lambda}{2}}{\lambda}\right)$	0,20	
	Ecuația undei rezultante care ajunge la receptor este: $u_r(D,t) = u_1(D,t) + u_2(D,t)$	0,20	
	Efectuând calculele obținem: $u_r(D,t) = 2A\cos 2\pi\left(\frac{\sqrt{4d^2 + D^2} + \frac{\ell}{4} - D}{\ell}\right)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\sqrt{4d^2 + D^2} + \frac{\ell}{4} + D}{\ell}\right)$	0,20	
	unde: $T = \frac{1}{\nu}$	0,10	
	Undele sonore au frecvența: $\nu = \frac{c}{\lambda}$	0,10	
	Pentru tubul deschis la ambele capete: $\ell = n\frac{\lambda}{2}$	0,20	
	Pentru armonica de ordinul $n = 4$ avem: $\nu = \frac{2c}{\ell}$	0,20	
	Deci: $T = \frac{\ell}{2c}$	0,20	
	Rezultă: $u_r(D,t) = 2A\cos 2\pi\left(\frac{\sqrt{4d^2 + D^2} + \frac{\ell}{4} - D}{\ell}\right)\sin 2\pi\left(2\frac{tc}{\ell} - \frac{\sqrt{4d^2 + D^2} + \frac{\ell}{4} + D}{\ell}\right)$	0,20	
	Amplitudinea rezultantă este: $A_r = 2A\cos 2\pi\left(\frac{\sqrt{4d^2 + D^2} + \frac{\ell}{4} - D}{\ell}\right)$	0,20	
	Din enunțul problemei: $A_r = \frac{A_{r\max}}{2}$	0,20	
	Amplitudinea rezultantă maximă este: $A_{r\max} = \pm 2A$	0,20	

	Deci: $$2\pi\left(\frac{\sqrt{4d^2+D^2}+\frac{\ell}{4}-D}{\ell}\right)=\frac{2\pi}{3}$$	0,20	
	Ajungem la relația: $$\sqrt{4d^2+D^2}=D+\frac{\ell}{12}$$	0,20	
	Rezultă: $$\boxed{D=\frac{24d^2}{\ell}-\frac{\ell}{24}}$$	0,10	
	Se impune condiția: $$\boxed{\ell<24d}$$	0,10	
	b.1. Se consideră o pătură de aer sub forma unui cilindru cu masa δm și volumul δV ale cărei molecule oscilează la fel. Sub acțiunea undei, pătura oscilează forțat având pulsația excitatorului (unda). Ea este echivalentă cu un oscilator a cărui constantă elastică echivalentă este: $$\delta k=\delta m\omega^2$$	0,20	
	Unde: $$\delta m=\rho_0\,\delta V$$ $$\delta V=S\delta l$$	0,20	
	și a cărui energie este: $$E=\frac{\delta k A'^2}{2}$$	0,20	
	Derivând energia în raport cu timpul: $$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}=\frac{A'^2}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\delta k)$$	0,20	
	Obținem: $$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}=\frac{A'^2\omega^2}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\delta m)$$	0,20	
	Sau: $$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}=\frac{A'^2\omega^2}{2}\rho_0 S\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\delta l)$$	0,20	
	Dar: $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\delta l)=c$$	0,20	
	Deci: $$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}=\frac{A'^2\omega^2}{2}\rho_0 Sc$$	0,20	
	Intensitatea undei sonore este: $$I=\frac{\mathrm{d}E}{S\mathrm{d}t}$$	0,20	
	Obținem: $$I=\frac{A'^2\omega^2}{2}\rho_0 c$$	0,20	

	Dar: $$\omega = 2\pi\nu$$	0,10	
	Rezultă: $$\boxed{I = 2\pi^2\nu^2 A'^2\rho_0 c}$$	0,20	
	Numeric: $$\boxed{I = 5{,}3 \cdot \mathrm{mW/m^2}}$$	0,20	
	b.2. Nivelul sonor este: $$L = 10\lg\frac{I}{I_0}$$	0,25	
	Rezultă: $$\boxed{L = 97\ \mathrm{dB}}$$	0,25	
c.	**c.1.** Când sursa sonoră se apropie cu viteza maximă de receptor, atunci frecvența undelor care ajung la receptor este maximă și are expresia: $$\nu_{\max} = \nu_0\frac{c}{c - \mathrm{v}_{\max}} \Leftrightarrow \nu_{\max} = \nu_0\frac{c}{c - \omega A_0}$$	0,20	3
	Când sursa sonoră se depărtează cu viteza maximă față de receptor, atunci frecvența undelor care ajung la receptor este minimă și are expresia: $$\nu_{\min} = \nu_0\frac{c}{c + \mathrm{v}_{\max}} \Leftrightarrow \nu_{\min} = \nu_0\frac{c}{c + \omega A_0}$$	0,20	
	Banda de frecvență este: $$\Delta\nu = \nu_{\max} - \nu_{\min}$$	0,20	
	Obținem: $$\Delta\nu = \nu_0 c\frac{2\omega A_0}{c^2 - \omega^2 A_0^2}$$	0,20	
	Sau: $$(A_0^2\Delta\nu)\omega^2 + 2\nu_0 c A_0\omega - c^2\Delta\nu = 0$$	0,20	
	Efectuând calculele obținem: $$\boxed{\omega = \frac{c\nu_0}{A_0\Delta\nu}\left(\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta\nu}{\nu_0}\right)^2} - 1\right)}$$	0,20	
	Numeric: $$\boxed{\omega = 4{,}1 \cdot 10^3\ \mathrm{s^{-1}}}$$	0,20	
	c.2. Fie $t' < t$ momentul de timp când sursa emite semnalul care ajunge la detector la momentul t. La acest moment sursa se află, față de receptor, la distanța: $$x = \frac{at'^2}{2}$$	0,20	
	Viteza sursei la momentul t' este: $$\mathrm{v}_s = at'$$	0,20	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	Frecvența semnalului emis de sursă la momentul t' și care ajunge la receptor, este: $$\nu = \nu_0 \frac{c}{c + v_s} = \nu_0 \frac{c}{c + at'}$$	0,20	
	Din momentul emisiei t' până la momentul recepției t sunetul parcurge distanța: $$x = c\Delta t = c(t - t')$$	0,20	
	Se obține ecuația: $$\frac{at'^2}{2} + ct' - ct = 0$$	0,20	
	Soluția acceptată este cea pozitivă, deci : $$t' = \frac{-c + \sqrt{c^2 + 2act}}{a}$$	0,20	
	Așadar: $$\boxed{\nu = \nu_0 \frac{c}{\sqrt{c^2 + 2act}}}$$	0,20	
	Numeric: $$\boxed{\nu = 71\ \mathrm{Hz}}$$	0,20	
Oficiu			**1**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiectul III. *Semnal luminos emis de pe o rachetă cosmică*		**Parțial**	**Punctaj**
Barem subiectul III			**10**
a.	Relațiile dintre coordonatele spațio-temporale ale unui eveniment, raportate la sistemele inerțiale S și S', exprimate prin transformările Lorentz: $x' = x = 0;\ \ y' = \dfrac{y - u\cdot t}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}};\ z' = z = 0;\ t' = \dfrac{t - \dfrac{u}{c^2}\cdot y}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}},$	1,00	**3**
	Evenimentul E - reflexia semnalului luminos pe suprafața oglinzii plane Coordonatele în sistemul S: $\boxed{x=0;}\ \boxed{z=0;}\ \boxed{y=0;}\ \boxed{t=t_0;}$ Coordonatele în sistemul S': $\boxed{x'=0;}\ \boxed{z'=0;}\ \boxed{y' = \dfrac{-u\cdot t_0}{\sqrt{1-\beta^2}};}\ \boxed{t' = \dfrac{t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}.}$	1,00	
	evenimentul E_1 - emisia semnalului luminos din rachetă (originea O' a sistemului mobil, S') Coordonatele în sistemul S': $x_1' = 0;\ z_1' = 0;\ \ y_1' = 0;\ t_1'$ Coordonatele în sistemul S $x_1 = 0;\ z_1 = 0;\ y_1 = \dfrac{u\cdot t'_1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\ t_1 = \dfrac{t'_1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$ (1) Calculul lui t_1' La momentul emiterii semnalului luminos t_1 $y_1 = c\cdot(t_0 - t_1)$ Folosind relațiile (1) se obține $t'_1 = t_0\cdot\sqrt{\dfrac{1-\dfrac{u}{c}}{1+\dfrac{u}{c}}}$ Rezultat: coordonatele evenimentului E_1 Coordonatele în sistemul S': $\boxed{x_1'=0;}\ \boxed{z_1'=0;}\ \boxed{y_1'=0;}\ \boxed{t'_1 = t_0\cdot\sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}}}$ Coordonatele în sistemul S: $\boxed{x_1=0;}\ \boxed{z_1=0;}\ \boxed{y_1 = \dfrac{u\cdot t_0}{1+\beta};}\ \boxed{t_1 = \dfrac{t_0}{1+\beta}}$	0,50	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	Evenimentul E_2 - recepția semnalului luminos de către observatorul din rachetă O', din sistemul S' - în sistemul S': $x_2{}'=0;\ z_2{}'=0;\ y'_2=0;\ t'_2;$ - în sistemul S: $x_2=0;\ z_2=0;\ y_2=\dfrac{u\cdot t'_2}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}};\ t_2=\dfrac{t'_2}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$, (2) Calculul lui t'_2 folosind relațiile (2): $y_2=c\cdot(t_2-t_0)$ rezultă $$t'_2=t_0\cdot\sqrt{\dfrac{1+\dfrac{u}{c}}{1-\dfrac{u}{c}}}$$ Rezultat coordonatele evenimentului E_2 - în sistemul S': $\boxed{x_2{}'=0;}$ $\boxed{z_2{}'=0;}$ $\boxed{y'_2=0;}$ $\boxed{t'_2=t_0\cdot\sqrt{\dfrac{1+\beta}{1-\beta}}}$ - în sistemul S: $\boxed{x_2=0;}$ $\boxed{z_2=0;}$ $\boxed{y_2=\dfrac{u\cdot t_0}{1-\beta}\cdot}$ $\boxed{t_2=\dfrac{t_0}{(1-\beta)}}$	0,50	
b.	Folosind relațiile $$t'_1=t_0\cdot\sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}},\ t'_2=t_0\cdot\sqrt{\dfrac{1+\beta}{1-\beta}},$$ rezultă $$\boxed{t'_1\cdot t'_2=t_0{}^2}$$	1,00	**1**
c.	$(\Delta t)_{dus}=t_0-t_1,\ (\Delta t')_{dus}=t'-t'_1$ sau $\left(\dfrac{\Delta t}{\Delta t'}\right)_{dus}=\dfrac{t_0-t_1}{t'-t'_1}$	0,20	**2**
	Efectuarea calculelor	0,30	
	$$\boxed{\left(\dfrac{\Delta t}{\Delta t'}\right)_{dus}=\sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}}}$$	0,20	
	$(\Delta t)_{retur}=t_2-t_0;\ (\Delta t')_{retur}=t'_2-t';$ sau $\left(\dfrac{\Delta t}{\Delta t'}\right)_{retur}=\dfrac{t_2-t_0}{t'_2-t'}$	0,20	
	Efectuarea calculelor	0,30	

	$$\boxed{\left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)_{retur}=\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}}$$	0,10	
	$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)_{dus-int\,ors}=\frac{(\Delta t)_{dus}+(\Delta t)_{retur}}{(\Delta t')_{dus}+(\Delta t')_{retur}}$$	0,10	
	$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)_{dus-int\,ors}=\frac{t_0-t_1+t_2-t_0}{t'-t'_1+t'_2-t';}=\frac{t_2-t_1}{t'_2-t'_1}$$	0,10	
	Eectuarea calculelor	0,30	
	$$\boxed{\left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)_{dus-întors}=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$	0,10	
	Se observă că $\boxed{\left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)_{dus}<1}$, $\boxed{\left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)_{retur}>1}$ și $\boxed{\left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)_{dus-întors}>1}$ La limita $u<<c$; $\frac{u^2}{c^2}<<1$, adică viteză nerelativistă toate intervalele de timp sunt egale.	0,10	
d.	Pentru observatorul O, din sistemul fix S, semnalul emis de pe racheta cosmică, este recepționat ca provenind de la o sursă care se depărtează cu viteza u.	0,40	**3**
	Dacă T este perioada undei măsurată de observatorul fix, distanța dintre două suprafețe de undă separate de o perioadă care ajung la receptor, adică lungimea de undă măsurată în sistemul fix este, $$\lambda=(c+u)\cdot T\,,$$	0,40	
	Relația dintre perioada măsurată în sistemul fix și perioada măsurată în sistemul propriu al sursei $$T=\frac{T'_0}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$	0,40	
	Înlocuind se obține $$\lambda=(c+u)\cdot\frac{c\cdot T'_0}{\sqrt{(c-u)\cdot(c+u)}}=c\cdot T'_0\cdot\sqrt{\frac{(c+u)}{(c-u)}}$$	0,40	
	Știind că $T'_0=\frac{1}{v_{emis,\,O'}}$, relația devine $v_{receptionat,\,O}=v_{emis,\,O'}\cdot\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}<v_{emis,\,O'}$.	0,40	
	După reflexie, situația este similară primului caz:	0,40	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	Este emis un semnal luminos cu frecvența $$\nu_{\text{emis, O}} = \nu_{\text{receptionat, O}} = \nu_{\text{emis, O'}} \cdot \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}.$$		
	Și semnalul ajuns pe rachetă provine de la o sursă care se depărtează cu viteza u În aceste condiții: $$\boxed{\nu_{\text{receptionat, O'}} = \nu_{\text{emis, O}} \cdot \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} < \nu_{\text{emis, O}},}$$	0,40	
	$$\boxed{\nu_{\text{receptionat, O'}} = \nu_{\text{emis, O'}} \cdot \frac{1-\beta}{1+\beta} < \nu_{\text{emis,O'}},}$$	0,20	
Oficiu			**1**

Barem propus de:

***Prof. Dr. Gabriel FLORIAN**, Colegiul Național „Carol I”, Craiova*
***Prof. Dr. Luciu ALEXANDRESCU**, Colegiul Național „Dr. Ioan Meșotă”, Brașov*
***Prof. Dr. Mihail SANDU**, Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești*
***Prof. Sorin TROCARU**, Liceul Teoretic „Aurel Vlaicu”, Breaza*

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.